Los modelos multinivel como *herramienta para la investigación educativa*

magis
2
VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Multilevel Models as a Tool for Research in Education

Modelos Multi-Nível Como Ferramenta Para a Pesquisa Educativa

Fecha de recepción: 25 DE JULIO 2008 | Fecha de aceptación: 19 DE AGOSTO DE 2008
Encuentre este artículo en http://www.javeriana.edu.co/magis

Escrito por F. JAVIER MURILLO TORRECILLA
Universidad Autónoma de Madrid
javier.murillo@uam.es

Resumen

Los modelos multinivel, o modelos jerárquico-lineales, se constituyen como uno de los métodos de análisis en investigación cuantitativa más interesantes de los generados en los últimos años. En este artículo se pretende realizar una introducción a los mismos a través de su aplicación en una investigación concreta. De esta forma se presenta un análisis de los fundamentos de los modelos multinivel, se analiza el proceso de modelaje con un ejemplo real, y se finaliza reflexionando sobre de las aportaciones y utilidades de esta metodología de análisis.

Palabras clave

Modelos multinivel, métodos de investigación, investigación educativa, análisis estadístico, eficacia escolar.

Palabras clave descriptor

Investigación pedagógica, metodología científica, efectividad de la educación, análisis estadístico.

Transferencia a la práctica

Los modelos multinivel constituyen la metodología de análisis más adecuada para tratar datos "jerarquizados" o "anidados" (por ejemplo, los estudiantes en aulas, o las aulas en escuelas), lo que la convierte en una estrategia imprescindible para la investigación educativa de carácter cuantitativo. Así, además de mejorar la calidad de los resultados, posibilita realizar análisis novedosos, tales como estimar la aportación de cada nivel de análisis (la del efecto del aula o la escuela) o las interacciones entre variables de distintos niveles. De esta forma se está en mejores condiciones de realizar estudios sobre factores asociados, sobre valor agregado o sobre equidad educativa, entre otros.

Para citar este artículo | To cite this article | Para citar este artigo:

Murillo Torrecilla, F. J. (2008). Los modelos multinivel como herramienta para la investigación educativa. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación, 1,* 45-62.

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Key words author
Multilevel Models, Research Methodology, Educational Research, Statistical Analysis, School Efficacy

Key words plus
Educational Research, Scientific Methodology, Educational Efficiency, Statistical Analysis

Summary
Multilevel models, or hierarchic-lineal models, are one of the most interesting models generated in recent years in quantitative research analysis methodologies. This article aims to present these models through their application in research. In this manner, the study presents an analysis of the foundations for multilevel models. The modeling process is analyzed in a real-life sample, concluding with a reflection about the contributions and utilities of this methodology of analysis.

Transference to practice
Multilevel models are the most appropriate analysis methodology for hierarchical data (for example, students in a class, or classes in a school), which makes it an indispensable strategy for quantitative educational research. Besides improving the quality of the results, it allows for innovative analyses, such as estimating the contribution of each level of analysis (the effect of the class or school) or the interactions between variables of different levels. In this manner, it is possible to realize better studies about associated factors, about aggregate value, or about educational equality, among others.

Palavras chaves
Modelos Multi-Nível, Métodos de Pesquisa, Pesquisa Educativa, Análise Estadístico, Eficácia Escolar

Palavras chaves descritor
Pesquisa Pedagógica, Metodologia Científica, Eficiência da Educação, Análise Estadístico

Resumo
Os modelos multi-nível, ou modelos hierárquico-lineais, são um dos métodos de análise mais interessantes na pesquisa quantitativa produzidos nos últimos anos. O objetivo deste artigo é apresentar os métodos através da sua aplicação numa pesquisa concreta. Desta forma, apresenta-se uma análise dos fundamentos dos modelos multi-nível, analisa-se o processo de modelagem com um exemplo real, e finaliza-se com uma reflexão sobre os aportes e utilidades desta metodologia de análise.

Transferência à pratica
Os modelos Multi-nível constituem a metodologia de análise mais adequada para tratar dados hierarquizados ou nivelados (por exemplo, os alunos numa aula, ou as aulas numa escola), o que a converte numa estratégia essencial para a pesquisa educativa de caráter quantitativo. Assim, alem de melhorar a qualidade dos resultados, possibilita realizar análises inovadores, tais como estimar o aporte de cada nível de análises (do efeito da aula ou da escola) ou as interações entre variáveis de diferentes níveis. Desta forma, tem melhores condições para realizar pesquisas sobre fatores associados, sobre valor agregado o sobre equidade educativa, entre outros.

Introducción

Hace más de dos décadas, Aitkin y Longford (1986), dos matemáticos ingleses, escribieron un sencillo artículo que revolucionó el mundo de la investigación educativa. En él demostraban que los modelos de regresión lineal, técnica usualmente utilizada para estudiar cómo un conjunto de variables explicaban una variable producto, sólo podía ser empleada en un caso muy especial: cuando las observaciones eran independientes (Gelman & Hill, 2006; Goldstein 2003; Heck & Thomas, 2000; Hox, 1998). Sin embargo, la realidad de nuestros sistemas educativos, donde los estudiantes están agrupados en aulas o cursos, distintas aulas están agrupadas en escuelas y las escuelas en distritos o provincias o regiones o países, hace que esto no sea cierto. Efectivamente, los estudiantes de un mismo grupo comparten una serie de experiencias diferentes a los de otras aulas, al igual que las aulas de una escuela tienen la misma dirección o el mismo clima escolar, instalaciones generales, etc., y análogos comentarios pueden ser dichos de las esuelas de un país que se ven afectadas por determinadas políticas educativas.

A partir de este análisis crítico, Aitkin y Longford (1986) propusieron una técnica de análisis que ha marcado la investigación educativa desde entonces: los Modelos Multinivel (o Modelos Jerárquico-Lineales). Éstos reconocen y manejan la organización jerárquica de los sistemas educativos (estudiantes en aula, aulas en escuelas, escuelas en países) y ofrecen resultados con una menor incidencia de los errores de estimación (p.ej. Goldstein, 2003; Raudenbush & Bryk, 2002).

Tradicionalmente una de las decisiones más importantes al desarrollar investigaciones cuantitativas en las que se analizan conjuntamente variables de estudiantes junto con otras de aula (por ejemplo, la metodología docente) o de escuela, era seleccionar la unidad de análisis que se va a utilizar. Básicamente, se tenían dos alternativas: por una parte, que la unidad sea el estudiante individual, con lo cual se recogerían los datos de cada sujeto de manera independiente. Con ello, la base de datos estaría conformada por un conjunto amplio de sujetos de los cuales tenemos una serie de variables, entre las que estarán los datos referidos al aula, por ejemplo: las características del profesor y las del centro donde cursa sus estudios. La otra posibilidad es que la unidad de análisis sea el centro o el aula. En ese caso los datos de los alumnos se agrupan (normalmente promediándolos) y se incluyen en los datos de cada aula o centro.

Ambas opciones resultan erróneas. Aquellos que utilizan las puntuaciones de los sujetos directamente pueden caer en la llamada falacia atomística, por la cual se atribuyen las diferencias en las variables de los sujetos a las aulas o los centros. Además, los modelos de regresión lineales descansan en el supuesto de independencia de las observaciones y, como compartir el mismo contexto causa su dependencia, los errores estándar estimados de las pruebas estadísticas tradicionales aparecerán claramente subestimados y ello conducirá irremisiblemente a que la mayoría de los resultados sean significativamente espurios (Hox, 1995). La alternativa de trabajar con los datos agrupados es incluso peor: se pierde una gran cantidad de información, con lo que disminuye la potencia del análisis estadístico. Además, se puede caer en la llamada falacia ecológica por la cual se otorgan incorrectamente las características del contexto a los sujetos (Hill & Rowe, 1996; Hox, 1998; Goldstein, 2003).

La alternativa para esta disyuntiva son los llamados Modelos Multinivel. Los mismos trabajan con ambas (o tres, o más) unidades de análisis de forma simultánea. Efectivamente, proponen una estructura de análi-

Descripción del artículo | Article description | Artigo Descrição:
Artículo meta-investigativo centrado en la presentación e ilustración de metodologías de análisis de datos para investigaciones en el área educativa.

sis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles en que se articulan los datos, pues cada subnivel está representado por su propio modelo. Con ello, los Modelos Multinivel respetan la organización jerárquica que presentan los datos educativos de forma natural, los alumnos están agrupados en aulas, las aulas en centros docentes y los centros en contextos (distritos escolares, comunidades autónomas, países, etc.), elaborando un submodelo diferente para cada nivel. Cada uno de estos submodelos expresa la relación entre las variables dentro de un determinado nivel y especifica cómo las variables de ese nivel influyen en las relaciones que se establecen en otros niveles (Murillo, 1999).

En este artículo se pretende realizar una introducción a los Modelos Multinivel a través de su aplicación en una investigación concreta. De esta forma, hemos organizado este artículo en tres apartados: en la primera hacemos un análisis de los fundamentos de los modelos multinivel; en segundo término, analizamos el proceso de modelaje multinivel con un ejemplo real; por último, reflexionamos acerca de las aportaciones y utilidades de esta metodología de análisis.

Fundamentos de los Modelos Multinivel

Los modelos multinivel son, en esencia, ampliaciones de los modelos de regresión lineal clásicos; ampliaciones mediante las cuales se elaboran varios modelos de regresión para cada nivel de análisis (Reise & Duan, 2003; Bickel, 2007). Con ello los modelos del primer nivel están relacionados por un modelo de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel 1 se regresan en un segundo nivel de variables explicativas, y así sucesivamente para los diferentes niveles. Pero antes de profundizar mínimamente en el desarrollo formal de los modelos multinivel vamos a prestar atención a tres conceptos fundamentales y sus implicaciones: correlación intraclase, coeficiente fijo y aleatorio, e interacción internivel.

Tres conceptos clave

Se entiende por *correlación intraclase o autocorrelación* la medida del grado de dependencia de los individuos. Es decir, es una estimación de lo que comparten los alumnos por estudiar en una misma clase o centro. Una correlación baja o cercana a cero significará que los sujetos dentro del mismo grupo son tan diferentes entre sí como los que pertenecen a otros grupos. En ese caso, la agrupación no tiene consecuencias, los grupos no son homogéneos internamente y las observaciones son independientes (requisito necesario dentro de los modelos lineales tradicionales). Si se ignora la presencia de esta correlación intraclase, los modelos resultantes son innecesaria y falsamente complejos, dado que aparecen relaciones significativas inexistentes.

Otro concepto fundamental, y que supone la gran aportación de los modelos multinivel, es el de *coeficiente fijo y coeficiente aleatorio*. En los modelos de regresión clásicos los parámetros que se estiman son el intercepto (o punto de corte) y las pendientes. Desde una perspectiva clásica, estos coeficientes se asumen como fijos, es decir, comunes a todos los sujetos y son estimados a partir de los datos. Los coeficientes aleatorios, sin embargo, son variables y se distribuyen según una función de probabilidad. En una estructura multinivel los coeficientes del primer nivel (alumnos) son tratados como aleatorios en el segundo nivel (centros o aulas). En los modelos multinivel se permite a los grupos desviarse de la solución central o global, tanto en el intercepto como en la pendiente. O, lo que es lo mismo, los modelos multinivel están compuestos por dos partes, una general, común a todos los contextos, que es la llamada parte fija, y otra que representa lo específico de cada contexto, que varía y que se estima a través de la varianza en los distintos niveles.

Un tercer concepto importante es la *interacción internivel* o la interacción entre variables que están medidas en diferentes niveles de una estructura jerárquica de datos. Ello hace referencia a la interacción que puede haber entre variables de diferentes niveles, por ejemplo, determinada metodología docente puede ser mejor con ciertos estudiantes (el llamado efecto Aptitude Treatment Interaction-ATI), o un estilo directivo con profesores de determinadas características. La comprobación de este tipo de hipótesis necesita un modelo de análisis que no sólo dé cuenta de la estructura jerárquica de los datos, sino que también permita estimar las interacciones interniveles.

Definición formal de los modelos multinivel

Como hemos señalado, los modelos multinivel son, en esencia, ampliaciones de los modelos de regresión lineal clásicos, de tal forma que en realidad son varios modelos lineales para cada nivel. Así, los modelos del primer nivel están relacionados con uno de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel 1 se regresan en un segundo nivel de variables explicativas y así sucesivamente para los diferentes niveles.

Veámoslo a partir de una ecuación de regresión lineal sencilla con dos variables independientes:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

Si permitimos que el intercepto pueda tomar diferentes valores en función de un segundo nivel, la ecuación quedará:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \varepsilon_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$$

donde y_{ij} es la variable respuesta que tiene un alumno i en una escuela j

ε_{ij} es el error y se distribuye normalmente con una varianza constante e igual a σ^2_{e0},

β_{0j} es el promedio de y de la escuela j-ésima

β_0 representa el "gran promedio" de y para la población, y

μ_{0j} y es el efecto aleatorio asociado a la escuela j-ésima y se supone que tiene media cero y una varianza $\sigma^2_{\mu 0}$.

Si, además de hacer variar el intercepto, permitimos que las pendientes sean diferentes para cada escuela, tenemos la siguiente ecuación:

Nivel 1: $\beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + \beta_{2j} x_{2ij} + \varepsilon_{ij}$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}\,;\ \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}\,;\ \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}$$

Con

$$\begin{bmatrix} \mu_{oj} \\ \mu_{1oj} \\ \mu_{2oj} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_\mu) : \Omega_\mu = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\mu 0} & & \\ \sigma_{\mu 10} & \sigma^2_{\mu 1} & \\ \sigma_{\mu 20} & \sigma_{\mu 21} & \sigma^2_{\mu 2} \end{bmatrix}$$

$$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [\sigma^2_{e0}]$$

Para más niveles, el planteamiento es análogo.

El proceso de modelización mediante un ejemplo

El "meollo de la cuestión" de tipo técnico de este trabajo es realizar el proceso de modelado multinivel. Fundamentalmente se trata de obtener el modelo que, partiendo de la propuesta teórica, mejor se ajuste a los datos (Murillo, 2004a).

Para ilustrar dicho proceso vamos a utilizar los datos de un estudio "ortodoxo" de eficacia escolar, en el cual se busca conocer los factores escolares asociados al rendimiento de los estudiantes. Para ello, se cuenta con una variable producto: el rendimiento en Matemáticas, y una serie de variables explicativas agrupadas según la función que realizan: variables de proceso y de contexto y entrada. En este artículo nos centramos en el análisis metodológico y dejaremos de lado la interpretación de los resultados (el lector interesado puede consultar los resultados de la investigación en Murillo, 2006, 2008).

Básicamente, podemos establecer en cuatro pasos dicho proceso. Cada uno de ellos dará lugar a uno o varios modelos estadísticos:

1. Modelo Nulo (modelo I)
2. Modelo con las variables de ajuste (modelo II)
3. Conjunto de modelos para los factores de proceso (modelo IIIa) y de entrada y contexto (modelo IIIb)
4. Modelo final (modelo IV)
5. Verificación del cumplimiento de los supuestos

Modelo nulo

El modelo nulo (*null model*) o modelo vacío es el punto de partida del proceso modelado. Contiene únicamente una variable respuesta y la constante (o intercepto o punto de corte), es decir, ninguna variable predictora. De esta forma, el modelo posee efectos aleatorios en los dos niveles y no incluye variables explicativas en ninguno de ellos. El modelo nulo se establece como línea de base para la estimación de la varianza explicada a partir de la cual se van evaluando las aportaciones de modelos más elaborados.

Para nuestro caso, de modelo con dos niveles, la ecuación sería:

Nivel 1: $y_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$

donde y_{ij} es el rendimiento, en cualquier variable cognitiva o no-cognitiva, que tiene un alumno i en una escuela j, y

ε_{ij} es el error y se distribuye normalmente con una varianza constante e igual a σ^2

β_{0j} es el promedio de y de la escuela j-ésima. Es decir, $\beta_{0j} = \mu_{yj}$

Nivel 2: $\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$

donde β_0 representa el "gran promedio" de y para la población, y

μ_{0j} y es el efecto aleatorio asociado a la escuela j-ésima y se supone que tiene media cero y una varianza τ_{00}.

Los elementos que se estiman son: β_{0j}, $\sigma^2_{\mu_0}$ (varianza del nivel 1) y $\sigma^2_{\mu_0}$ (varianza del nivel 2) y la razón de verosimilitud. $\sigma^2_{\mu_0}$ es la varianza de la verdadera media de la escuela respecto a la media de todas las escuelas de la muestra (la gran media). La razón de verosimilitud: $-2\log_e(verosimilitud)$ servirá para ir evaluando las diferentes aportaciones al modelo.

En este ejemplo, el modelo nulo que vamos a estimar es:

Nivel 1: $r\_mat_{ij} = \beta_{0j} + \varepsilon_{ij}$

Nivel 2: $\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Y los resultados son:

- $\hat{\beta}_0$ = 51,054, con error estándar $se(\beta_0)$ = 0,585
- $\hat{\mu}_{oj}$ = 100,407, con error estándar $se(\mu_{oj})$ = 8,818
- $\hat{e}_{ij}$ = 233,455, con error estándar $se(e_{ij})$ = 4,171
- Razón de verosimilitud = 55.435,720, para los 6.598 casos

Modelo II, con variables de ajuste

La segunda fase es la estimación del modelo II, o modelo con variables de ajuste. Este modelo se construye a partir del modelo nulo pero incorporándole, tanto en la parte fija como en la aleatoria, las cuatro variables consideradas en nuestro trabajo como variables de ajuste.

De esta forma, y para el caso de tres variables de ajuste, el Modelo Multinivel que se espera conseguir es:

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1ij} + \beta_{2j}x_{2ij} + \beta_{3j}x_{3ij} + \beta_4 x_{4j} + \varepsilon_{ij} =$$

$$= \beta_{0j} + \sum_{l=1}^{3} \beta_{lj}x_{lij} + \beta_4 x_{4j} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj},\quad \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j},\quad \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j},\quad \beta_{3j} = \beta_3 + \mu_{3j}$$

Con

$$\begin{bmatrix} \mu_{oj} \\ \mu_{1oj} \\ \mu_{2oj} \\ \mu_{3oj} \end{bmatrix} \sim N(0,\Omega_\mu) : \Omega_\mu = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\mu 0} & & & \\ \sigma_{\mu 10} & \sigma^2_{\mu 1} & & \\ \sigma_{\mu 20} & \sigma_{\mu 21} & \sigma^2_{\mu 2} & \\ \sigma_{\mu 30} & \sigma_{\mu 31} & \sigma_{\mu 32} & \sigma^2_{\mu 3} \end{bmatrix}$$

$$\left[e_{0ij}\right] \sim N(0,\Omega_e) : \Omega_e = \left[\sigma^2_{e0}\right]$$

Los pasos a seguir para estimarlo son los siguientes:

a) Incorporación de las cuatro variables de ajuste en la parte fija del modelo.

De esta forma, las ecuaciones se convertirán en:

Nivel 1: $$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4j} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2: $$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$$

donde β_0 es la ordenada promedio de las unidades de nivel 2,

β_1, β_3, β_3 y β_4 son las pendientes promedio de la regresión de las unidades de nivel 1, y

μ_{0j} es el incremento único del intercepto asociado a la unidad jésima del nivel 2.

Para todo el proceso se utilizará la estimación mediante el procedimiento de mínimos cuadrados iterativos generalizados (*iterative generalised least squares*-IGLS) (Goldstein, 2003).

Para el ejemplo seguido, el modelo a estimar es el siguiente:

Nivel 1:

$$r\_mat_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} ses_{ij} + \beta_{2j} mujer_{ij} + \beta_{3j} n\_preesc_{ij} + \beta_4 ses\_esc_j + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}\,;\ \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}\,;\ \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}\,;\ \beta_{3j} = \beta_3 + \mu_{3j}$$

El primer paso es la introducción de las variables en la parte fija del modelo. El modelo sería:

Nivel 1:

$$r\_mat_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 ses_{ij} + \beta_2 mujer_{ij} + \beta_3 n\_preesc_{ij} + \beta_4 ses\_esc_j + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2: $\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$

Los resultados de la estimación son los siguientes (Tabla 1):

$\hat{\beta}_0$ = 51,130079, con error estándar $se(\beta_0)$ = 0,543

$\hat{\beta}_1$ = 4,037, con error estándar $se(\beta_1)$ = 0,220

$\hat{\beta}_2$ = 0,170, con error estándar $se(\beta_2)$ = 0,393

$\hat{\beta}_3$ = 1,078, con error estándar $se(\beta_3)$ = 0,215

$\hat{\beta}_4$ = 1,308, con error estándar $se(\beta_4)$ = 0,277

$\hat{\mu}_{oj}$ = 70,992, con error estándar $se(\mu_{oj})$ = 6,467

$\hat{e}_{ij}$ = 222,581, con error estándar $se(e_{ij})$ = 3,977

Razón de verosimilitud = 55.033,980, para los 6.598 casos

Tabla 1
Resultados "brutos" del modelo multinivel con variables de ajuste sólo en la parte fija para matemáticas

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	51,08	0,54
SES	4,04	0,22
Varón-Mujer	0,17	0,39
Años-preesc	1,08	0,22
SES-escuela	1,31	0,28
Parte aleatoria		
Entre escuelas	70,99	6,47
Entre alumnos	222,58	3,98

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

El segundo paso es decidir sobre la inclusión o no de cada una de las cuatro variables explicativas introducidas en el modelo. Para ello, aplicando la *t de Student*, se observa que las pendientes de todas ellas, excepto la de la variable Género, son significativas (Tabla 2).

Tabla 2
Resultados de la t de student para las pendientes de las variables del modelo i con variables de ajuste sólo en la parte fija para matemáticas y decisión

	t	Decisión
SES	18,36	Rechazo $H_0 \rightarrow$ Incluyo
Varón-Mujer	0,43	Acepto $H_0 \rightarrow$ Elimino
Años-preesc	4,90	Rechazo $H_0 \rightarrow$ Incluyo
SES-escuela	4,67	Rechazo $H_0 \rightarrow$ Incluyo

De esta forma, se elimina la variable Género del modelo con variables en la parte fija y se vuelve a estimar (Tabla 3).

Tabla 3
Resultados "limpios" del modelo multinivel con variables de ajuste sólo en la parte fija

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	51,078	0,54
SES	4,03	0,22
Varón-Mujer	NS	
Años-preesc	1,09	0,21
SES-escuela	1,31	0,28
Parte aleatoria		
Entre escuelas	71,06	6,47
Entre alumnos	222,58	3,98

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

El siguiente paso es añadir, una a una, las dos variables del nivel 1 que permanecen en la parte aleatoria del modelo. Es decir, se trata de estimar:

Nivel 1:

$$r\_mat_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} ses_{ij} + \beta_{2j} n\_preesc_{ij} + \beta_3 ses\_esc_j + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2: $$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{0j}\, ; \; \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}\, ; \; \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}$$

Tras incluir la variable "Situación socioeconómica de las familias" en la parte aleatoria del modelo y realizar la estimación se observa que $\sigma^2_{\mu_0} = 0$, con lo que no es estadísticamente significativa su aportación. Ello también se verifica si se analiza la variación de la razón de verosimilitud, dado que permanece exactamente igual. Así, queda clara su no incorporación en el modelo.

La inclusión de la variable "Años de preescolarización" en la parte aleatoria del modelo no ofrece resultados tan sencillos de observar a simple vista. Para verificar su estimación tenemos que realizar una prueba de χ^2 con las razones de verosimilitud obtenidas para comprobar si exis-

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

ten diferencias significativas. Estas razones son 55.034,150 y 55.030,820 respectivamente. Con 1 grado de libertad, la probabilidad es de 0,06827. Asumiendo, como siempre, un $\alpha = 0,05$, se acepta la hipótesis nula, con lo que tampoco se incluye esa variable en la parte aleatoria del modelo.

Con ello, se debería tener el modelo II final; sin embargo, si se incorpora la variable Género, anteriormente eliminada en la parte aleatoria, se observa que su aportación es significativa. Efectivamente, si se utiliza de nuevo la prueba χ^2 con las estimaciones de las razones de verosimilitud (55.034,150 y 55.021,810 respectivamente), con 1 grado de libertad, la probabilidad es de 0,00044. Asumiendo, como siempre, un $\alpha = 0,05$, se rechaza la hipótesis nula, con lo que queda incluida en el modelo. Como luego se verá, esto significa que existe un efecto diferencial de los centros respecto al género de los alumnos en su rendimiento matemático. El modelo resultante, con esta curiosa situación, es:

Nivel 1:

$$r\_mat_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 ses_{ij} + \beta_3 n\_preesc_{ij} + \beta_{4j} ses\_esc_j + \mu_{2j}\ mujer_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2: $\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}$

Los resultados de la estimación se reflejan en el tabla 4.

Tabla 4

Resultados del modelo multinivel ajustado

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	51,01	0,51
SES	4,05	0,22
Varón-Mujer	NS	
Años-preesc	1,01	0,21
SES-escuela	1,31	0,28
Parte aleatoria		
Entre escuelas	70,13	7,41
Entre alumnos	219,50	4,02

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

Modelos III, con variables de ajuste y variables de proceso, y de entrada y de contexto

La tercera gran fase consiste en la estimación de dos diferentes modelos multinivel: el llamado modelo IIIa, en el cual se añadirán las variables de proceso al modelo II, y el modelo IIIb en el cual se añadirán las variables de entrada y contexto:

Modelo IIIa, con variables de ajuste y variables de proceso:

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \underbrace{\sum_{l=1}^{3} \beta_{lj} x_{lij} + \beta_4 x_{4j}}_{\text{Variables de ajuste}} + \overbrace{\sum_{l=5}^{n} \beta_l x_{lj}}^{\text{Variables de proceso}} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}\ ,\ \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}\ ,\ \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}\ ,\ \beta_{3j} = \beta_3 + \mu_{3j}$$

Modelo IIIb, con variables de ajuste y variables de entrada y contexto:

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \underbrace{\sum_{l=1}^{3} \beta_{lj} x_{lij} + \beta_4 x_{4j}}_{\text{Variables de ajuste}} + \overbrace{\sum_{l=5}^{n} \beta_l x_{lj}}^{\text{Variables de entrada y contexto}} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}\ ,\ \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}\ ,\ \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}\ ,\ \beta_{3j} = \beta_3 + \mu_{3j}$$

Mientras que los modelos I y II se estimarán para cada una las nueve variables de producto que tenemos, esta tercera fase sólo se estimará para aquellas variables respuesta que resulten interesantes. Los criterios de selección serán: la disponibilidad de datos y que dichas variables respuesta tengan efectos escolares significativos.

El procedimiento a seguir para su estimación será análogo al de la fase anterior. En primer lugar se introducirá cada una de las variables en el modelo y se analizará si su aportación es significativa. A continuación, se elaborará un modelo con todas las variables que han resultado significativas.

Para el ejemplo utilizado, los resultados son los siguientes: para el modelo IIIa, con variables de proceso:

Tabla 5

Resultados del modelo multinivel IIIa (con variables de proceso), para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	50,73	0,50
SES	4,00	0,22
Años-preesc	1,09	0,21
SES-escuela	1,12	0,27
Metodología trab. individual	1,24	0,56
Clima escolar	1,37	0,50
Compromiso familias	2,40	1,16
Recursos	1,17	0,49
Parte aleatoria		
Entre escuelas	67,20	7,18
Entre alumnos	219,50	4,02

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

magis PAGINA 54
VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Y para el Modelo IIIb, con las variables de entrada y contexto:

Tabla 6
Resultados del modelo multinivel IIIb (con variables de contexto y entrada), para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	50,38	0,66
SES	3,9	0,22
Años-preesc	1,07	0,21
SES-escuela	0,64	0,28
Experiencia docente	0,66	0,29
Número de repetidores	-0,63	0.11
Tamaño del centro	0,68	0,33
Titularidad	2,84	1,05
Parte aleatoria		
Entre escuelas	56,39	6,34
Entre alumnos	219,50	4,02

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

Modelo IV. Final

El último paso del proceso de modelaje será la estimación del modelo final con la incorporación de todas las variables seleccionadas en el modelo teórico. Para el caso estudiado, el modelo final, con todas las variables se observa en la Tabla 7.

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \underbrace{\sum_{l=1}^{3} \beta_{lj} x_{lij} + \beta_4 x_{4j}}_{\text{Variables de ajuste}} + \overbrace{\sum_{l=5}^{m} \beta_l x_{lj}}^{\text{Variables de proceso}} + \underbrace{\sum_{l=m+1}^{n} \beta_l x_{lj}}_{\text{Variables de contexto y entrada}} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{oj}, \quad \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}, \quad \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}, \quad \beta_{3j} = \beta_3 + \mu_{3j}$$

Sin embargo, dicho modelo lo consideramos provisional dado que es posible optimizarlo mediante una doble estrategia: por un lado incorporemos efectos de interacción en el modelo y estudiaremos si su aportación es significativa. Por otro, estudiaremos la existencia de *outliers* que pudieran están "ensuciando" el modelo con su extraño comportamiento.

Así, poniendo en marcha la primera de las estrategias, dado que tenemos dos variables *dummy* (Género y Titularidad), incorporaremos 17 nuevas variables construidas a partir de la interacción de cada variable *dummy* con cada una de las otras (8+8+1). En la Tabla 8 se presentan los resultados.

Como se puede observar, una única variable de interacción, titularidad/nivel socioeconómico de los alumnos, realiza una aportación significativa. También verificamos esta interacción con otras variables, pero ninguna hace una aportación significativa. Con ello tenemos una variable más para incluir en el modelo. Este modelo provisional 2 se presenta en la Tabla 9.

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Tabla 7

Resultados del modelo multinivel IV provisional 1, para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	50,30	0,65
SES	3,94	0,22
Años-preesc	1,09	0,21
SES-escuela	0,68	0,27
Clima aula	1,71	0,48
Compromiso padres	1,99	1,00
Experiencia docente	0,71	0,28
Numero de repetidores	-0,45	0,11
Tamaño del centro	0,71	0,32
Titularidad	2,81	1,02
Parte aleatoria		
Entre escuelas	53,71	6,34
Entre alumnos	219,54	4,02

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

La segunda estrategia de optimización es hacer un análisis para detectar la existencia de *outliers* que pudieran estar alterando el ajuste del modelo. Para ello, un buen camino es realizar una exploración gráfica de la relación entre los residuales estandarizados y las dos variables incluidas en la parte aleatoria (el intercepto y el Género) (Figura 1).

En dicho análisis detectamos la existencia de cuatro centros docentes que podemos considerar como *outliers*. Dos de ellos aparecen en la relación entre la puntuación normalizada y la desviación estándar del intercepto y los otros dos en la relación entre los residuales normalizados y la desviación estándar del género. Para la optimización del modelo vamos a sacar estos centros del conjunto de los centros para incorporarlos de forma independiente. Los resultados de la estimación de su aportación se ofrecen en la Tabla 10.

De esta forma encontramos que, efectivamente, dos centros realizan una aportación significativa al modelo al ser introducidos de forma individual, y esos dos mismos centros junto con otros dos realizan una aportación significativa en interacción con la variable Género. Sin embargo, al incorporar conjuntamente las seis nuevas variables en el modelo, desaparece la aportación de dos de ellas.

Con todo ello tenemos, por fin, el modelo IV final (Tabla 11). Pero antes de analizarlo con detalle, vamos a verificar que se cumplen los supuestos y, por último, valoraremos su calidad predictiva.

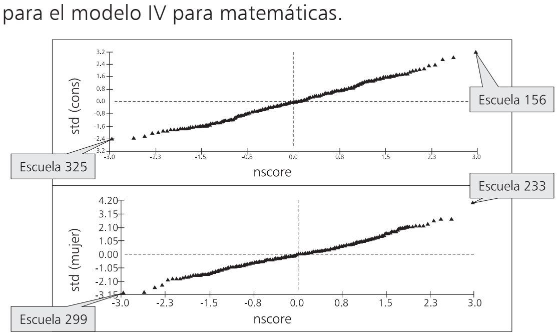
Tabla 8

Resultados de la incorporación de cada una de las variables de interacción y decisión, para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE	t de student	Decisión: ¿Incluir?
Mujer/				
SES	0,17	0,40	0,43	No
Años-preesc	-0,23	0,40	-0,58	No
SES-escuela	-0,09	0,24	-0,38	No
Clima aula	-0,30	0,44	-0,68	No
Compromiso padres	1,39	1,07	1,30	No
Experiencia docente	-0,15	0,26	-0,58	No
Número de repetidores	0,19	0,12	1,58	No
Tamaño del centro	0,03	0,28	0,11	No
Titularidad	0,70	0,70	1,00	No
Privado/				
SES	-1,06	0,44	-2,41	Sí
Años-preesc	0,12	0,43	0,28	No
SES-escuela	-0,37	0,54	-0,69	No
Clima aula	-0,81	1,02	-0,79	No
Compromiso padres	-0,17	2,51	-0,07	No
Experiencia docente	-0,44	0,56	-0,79	No
Numero de repetidores	0,11	0,23	0,48	No
Tamaño del centro	-0,35	0,64	-0,55	No

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

Figura 1. Relación entre los residuales estandarizados y las desviaciones estándar del intercepto y la variable género, para el modelo IV para matemáticas.



Verificación de los supuestos

Aquí no concluye el proceso de modelado. Tras la obtención del modelo IV, faltan dos tareas por realizar: verificar que se cumplan los supuestos de los Modelos Multinivel y estudiar la calidad del modelo.

Tabla 9

Resultados del modelo multinivel IV provisional 2, para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	50,43	0,65
SES	4,43	0,31
Años-preesc	1,09	0,21
SES-escuela	0,68	0,27
Clima aula	1,71	0,48
Compromiso padres	1,99	1,00
Experiencia docente	0,71	0,28
Número de repetidores	-0,45	0,11
Tamaño del centro	0,71	0,32
Titularidad	2,81	1,02
Privado/SES	-1,06	0,44
Parte aleatoria		
Entre escuelas	53,61	6,10
Entre alumnos	219,37	4,01

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

Tabla 10

Resultados de la incorporación de cada una de las variables pertenecientes a escuelas individuales y decisión para rendimiento en matemáticas

	Est.	SE	t de Student	Decisión: ¿Incluir?
Escuela 325	-20,28	7,93	-2,56	Sí
Escuela 156	27,43	8,30	3,30	Sí
Escuela 233	1,27	8,27	0,15	No
Escuela 299	-7,48	8,00	-0,93	No
Escuela 325/mujer	-15,77	6,64	-2,38	Sí
Escuela 156/mujer	20,28	7,33	2,77	Sí
Escuela 233/mujer	-20,72	7,42	-2,79	Sí
Escuela 299/mujer	26,00	6,60	3,94	Sí

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)
SE: Standar Error (Error Estándar)

Los Modelos Multinivel, como cualquier modelo de regresión, tienen algunos supuestos de partida, sin cuyo cumplimiento las estimaciones obtenidas no son correctas. Los principales supuestos recaen sobre el error del modelo, ε, y su certificación se realiza a través del análisis de los residuos ê. Estos supuestos son los siguientes:

1. El error tiene media nula y varianza constante, es decir, el error es homocedástico.
2. Los componentes aleatorios y el valor previsto son ortogonales.

Tabla 11

Resultados del modelo multinivel IV final para rendimiento en matemáticas

Modelo IV. Rdto. en Matemáticas	Est.	SE
Parte fija		
Intercepto	50,43	0,65
SES	4,43	0,31
Años-preesc	1,09	0,21
SES-escuela	0,68	0,27
Clima aula	1,71	0,48
Compromiso de los padres	1,99	1,00
Experiencia docente	0,71	0,28
Numero de repetidores	-0,45	0,11
Tamaño del centro	0,71	0,32
Titularidad	2,81	1,02
Privado/SES	-1,06	0,44
Escuela 325	-20,10	7,87
Escuela 156	27,38	8,24
Escuela 233/mujer	-20,65	7,16
Escuela 299/mujer	25,57	6,43
Parte aleatoria		
Entre escuelas	51,36	5,91
Entre alumnos	219,40	4,01

Nota: SES: Socio Economical Status (Estatus Socio Económico)

3. El error debe tener una distribución Normal para que se puedan inferir los resultados de la muestra a la población.

En términos matemáticos:

$$\left[e_{0ij}\right] \sim N(0,\Omega_e) : \Omega_e = \left[\sigma^2_{e0}\right] \text{ y}$$

$$\begin{bmatrix} \mu_{oj} \\ \mu_{1oj} \\ \mu_{2oj} \\ \mu_{3oj} \end{bmatrix} \sim N(0,\Omega_\mu) : \Omega_\mu = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\mu 0} & & & \\ \sigma_{\mu 10} & \sigma^2_{\mu 1} & & \\ \sigma_{\mu 20} & \sigma_{\mu 21} & \sigma^2_{\mu 2} & \\ \sigma_{\mu 30} & \sigma_{\mu 31} & \sigma_{\mu 32} & \sigma^2_{\mu 3} \end{bmatrix}$$

Una estrategia habitualmente utilizada para comprobar los supuestos 2 y 3 (independencia y normalidad del error) es mediante un análisis gráfico de los residuos. De esta forma se representan, mediante un gráfico de dispersión, la relación entre los elementos del error de dos en dos y se verifica si hay alguna relación.

Para verificar la normalidad del error habitualmente se analiza el gráfico QQ (o QQ-plot). En este gráfico, en el eje de ordenadas se representan los residuos escolares estandarizados y, en el eje de abscisas, el respectivo valor esperado de la distribución Normal estandarizada. Cuando los residuos están normalmente distribuidos, los puntos del gráfico se sitúan en la línea diagonal.

El último paso es evaluar la calidad del modelo final. Básicamente lo que nos importa es conocer cuánta varianza de la escuela y del alumno es explicada por el modelo. Sería un valor de su capacidad explicativa. Se estima a través del llamado Coeficiente de determinación R^2 (Longford, 1993). Si el intercepto apenas tiene varianza aleatoria la varianza total será la suma de las varianzas de los niveles 1 y 2 ($\sigma_e^2 + \sigma_{\mu 0}^2$). De esta forma, podremos estimar el coeficiente de determinación total R^2, así como el coeficiente de determinación para el nivel 1 (alumno), R_1^2, para el 2 (escuela), R_2^2, con la siguiente fórmula:

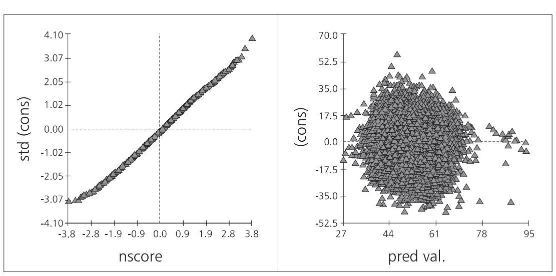
$$R^2 = 1 - \frac{\text{var}(\mathit{final})}{\text{var}(\mathit{nulo})}$$

donde *var(final)* representa la varianza residual en el modelo cuyo poder explicativo se pretende evaluar a través de R^2, y var(nulo) es la varianza del modelo nulo.

Con los datos del ejemplo, el primer supuesto se verifica fácilmente calculando los estadísticos descriptivos de los residuales. Así, la media para los residuales del nivel 1 es -0,0000042 y de los residuales de nivel 2 -0,00294, con lo que, efectivamente se cumple.

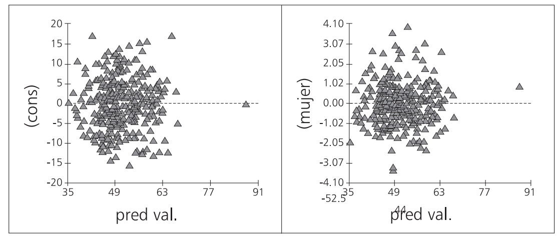
Como vimos anteriormente, una estrategia para analizar los otros dos supuestos es mediante un estudio gráfico. Para los supuestos del nivel 1, en la figura 2 se muestra, por un lado, el QQ-plot, que nos confirma la distribución Normal de los residuales y, por otro, la relación entre el valor previsto y los residuales. Se verifican los supuestos

Figura 2. Qq-plot y relación entre el valor previsto y los residuales de nivel 1 para rendimiento en matemáticas



Para verificar los supuestos relativos al nivel 2, en la Figura 3 se ha representado la relación entre los componentes aleatorios del intercepto y el género y el valor previsto. Visualmente se puede apreciar la independencia. Sin embargo, también hemos calculado la correlación entre esos valores. El índice de correlación entre el valor previsto y el componente aleatorio del intercepto es de 0,0424 y entre el valor previsto y el componente aleatorio de la variable género de 0,0433. Es decir, podemos afirmar que se cumple el segundo supuesto.

Figura 3. Relación entre el valor previsto y los componentes aleatorios del intercepto y la el género para rendimiento en matemáticas



El tercer supuesto para los errores de nivel 2 también va a ser verificado mediante el análisis gráfico. La figura utilizada para ello ya fue mostrada para hacer un análisis de *outliers* (Figura 1) por lo que nos remitiremos a ella. Como se puede observar, los puntos siguen con una gran aproximación la diagonal, por lo que se verifica el supuesto de su distribución Normal. Por tanto, el modelo final cumple perfectamente los supuestos.

Sólo nos resta hacer un análisis de la calidad del modelo resultante en términos de su capacidad predictiva. Como hemos visto, ésta se estima mediante el llamado Coeficiente de determinación, R2. En el tabla 12 se han recogido tanto las razones de verosimilitud como los Coeficientes de determinación totales de segundo y primer nivel.

El modelo final explica el 19% de la varianza total, casi el 50% de la varianza entre centros y apenas el 6% de la varianza entre alumnos. La escasa variabilidad de los alumnos explicada por el modelo tiene su causa principal en que se están buscando factores de centro y aula asociados con el rendimiento. Si hemos visto que estos factores explican algo más del 9% de la varianza total, la cifra alcanzada es razonable.

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62

Tabla 12
Valoración del proceso de modelización y del resultado final: razones de verosimilitud y varianza explicada en cada modelo para rendimiento en matemáticas

	Razón de verosimilitud	$\sigma 2 \mu 0$	$\sigma 2e1$	% var. total	% var. centros	% var. alumnos
Modelo I (Nulo)	55.434,72	100,41	233,46			
Modelo II (con variables de ajuste)	55.021,81	70,13	219,50	13,25	30,16	5,98
Modelo IIIa (II+variables de proceso)	54.998,59	67,20	219,50	14,13	33,07	5,98
Modelo IIIb (II+var. contexto y entrada)	54.968,98	56,69	219,50	17,28	43,54	5,98
Modelo IV provisional 1	54.952,39	53,71	219,54	1,06	46,51	5,96
Modelo IV provisional 2	54.946,48	53,62	219,37	18,23	46,60	6,04
Modelo IV (final)	54.906,53	51,36	219,41	18,90	48,85	6,02

Conclusiones finales

Aportaciones de los modelos multinivel

Los modelos han supuesto una verdadera revolución en el estudio de la eficacia escolar. Para facilitar el análisis de sus importantes aportaciones, se presentan agrupadas en dos grandes epígrafes. Por un lado, las aportaciones de carácter sustantivo y, por otro, las aportaciones técnicas (Hox & Kreft, 1994; Murillo, 2004b).

Aportaciones sustantivas

La primera aportación de carácter sustantivo que tienen los modelos multinivel es que consideran las diferencias en el contexto. Los individuos producen diferencias al igual que los contextos, luego se precisan modelos que no reduzcan a los individuos a agregaciones estadísticas y que no limiten los contextos a vagas generalizaciones. Así, en los estudios sobre eficacia escolar se necesita considerar simultáneamente las variables de los alumnos (nivel 1), tales como la situación socioeconómica de las familias, y las variables de escuela (nivel 2) como el clima del centro o su titularidad. Esta consideración de las diferencias contextuales se concreta en:

- Consideración de la heterogeneidad: los efectos de los contextos pueden potencialmente ser muy complejos, con relaciones que varían en distintos sentidos. Es necesario estudiar quién eres en relación con el lugar en el que estás.
- Interacción entre individuos y contextos, ya que hay que tener en cuenta la posibilidad de que un individuo interactúe con su contexto próximo de forma diferente a la que lo hace su grupo social de referencia. O lo que es lo mismo, las diferencias entre lugares/contextos deben ser examinadas en relación con las características de los individuos en combinación con las características sociales de los lugares.
- Múltiples contextos. Es posible que no exista un único contexto. Por ejemplo, en el caso del rendimiento académico, los resultados pueden estar influenciados por el centro al que asisten, pero también por el contexto familiar.

Una segunda aportación sustantiva a considerar es que los modelos multinivel permiten analizar simultáneamente contextos y heterogeneidad individual, ya que no sólo se deben considerar las diferencias entre contextos. Por ejemplo (siguiendo a Coleman et al., 1966), las personas de nivel sociocultural bajo no sólo pueden diferir en la media de rendimiento académico, sino que también pueden ser más o menos variables en sus puntuaciones.

Un tercer elemento a tener en cuenta en el cajón de las aportaciones es que permiten combinar la investigación intensiva con la extensiva o, lo que es lo mismo, cualidad y cantidad. Las conductas y las acciones de los individuos tienen ambos componentes, uno cualitativo (ocurre) y otro cuantitativo (cuánto, qué tan frecuente...). Ambos elementos deben considerarse simultáneamente (por ejemplo, el fracaso escolar es muy bajo en algunos centros, pero aquellos alumnos que fracasan lo hacen estrepitosamente). La investigación extensiva permite identificar patrones, pero al mismo tiempo posibilita reconocer grupos específicos que necesitan estudios intensivos.

Aportaciones técnicas

La principal característica de los modelos multinivel es que aportan un entorno natural dentro del cual se pueden comparar teorías sobre relaciones estructurales entre variables en cada uno de los niveles en los que se organizan los datos. Los modelos multinivel ofrecen una estructura de análisis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles en los que se articulan los datos, al estar representados cada uno con su propio submodelo (Draper, 1995). Cada submodelo expresa la relación entre las variables dentro de un determinado nivel y especifica cómo las variables de un nivel influyen en las relaciones que se establecen en los otros niveles.

Ya hemos analizado las aproximaciones metodológicas tradicionales para el estudio de la eficacia escolar que conllevaban una serie de problemas técnicos cuando abordaban datos de estructura jerárquica (Bryk & Raudenbush, 1992; Hox & Kreft, 1994). Entre esas aportaciones se encuentra, en primer lugar, el hecho de que mejoran la estimación de los efectos entre las unidades individuales (por ejemplo, desarrollar una estimación mejorada del modelo de regresión para un centro apoyándose en las estimaciones similares que existen para otros centros).

Igualmente, los modelos multinivel permiten formular y probar hipótesis sobre los efectos cruzados entre niveles (por ejemplo, estudiar la relación entre la titularidad del centro y el rendimiento de los alumnos en función de su nivel sociocultural). La posibilidad de interacciones entre las variables definidas en distintos niveles de la jerarquía es una cuestión importante, ya que de no considerarse pueden llevar a inferencias inadecuadas (usar datos del nivel de contexto para inferencias individuales y que las variables puedan tener diferentes significados en niveles distintos). Los modelos multinivel resuelven este problema.

En tercer lugar, permiten realizar la partición de componentes de varianza y covarianza entre niveles (por ejemplo, descomponer las correlaciones entre las variables relacionadas con los alumnos en componentes intra e inter centros).

En claro contraste con los procedimientos clásicos de regresión aplicados a datos agrupados, estos modelos ofrecen una estimación adecuada de los parámetros en presencia de correlaciones intragrupos (autocorrelación). La característica de los datos es la no independencia de las observaciones. Las observaciones dentro de un grupo están próximas en el tiempo o en el espacio, y se espera, por tanto, que sean más similares que las observaciones de diferentes grupos, dado el conjunto de estímulos y experiencias compartidas y la no asignación aleatoria de los sujetos a los grupos. La cantidad de covariación entre las observaciones que comparten el mismo contexto, suele expresarse por medio de la correlación intraclase. Cuando se emplean los estadísticos de contraste ordinario, que consideran al individuo como unidad de análisis, suele violarse el supuesto de independencia de los errores. Incluso pequeños valores de correlación intraclase conllevan errores de tipo I mayores que el nivel del alpha nominal. Realmente la no dependencia de las observaciones y la heterogeneidad no son fallos de nuestros datos, sino sus características, por tanto son esperados y modelados.

De igual forma, los modelos multinivel ofrecen una estructura explícita dentro de la cual expresar la similitud de los juicios destinados a combinar la información entre unidades (distintos niveles) para producir mejores estimaciones y predicciones a partir de las observaciones realizadas.

Por último, permiten la posibilidad de incorporar efectos aleatorios. Los modelos de efectos fijos permiten que las generalizaciones derivadas de sus inferencias afecten sólo a los tratamientos incluidos en el estudio. El modelo de regresión asume coeficientes fijos. En cambio, los modelos multinivel asumen un muestreo aleatorio de individuos en contextos también aleatorios. Consecuentemente, los análisis de los modelos multinivel pueden incorporar efectos aleatorios.

Aplicaciones de los Modelos Multinivel a la investigación educativa

Los modelos multinivel abren una ingente cantidad de posibilidades para la investigación, muchas de ellas aún por explorar. Así, además de las múltiples ventajas de carácter técnico –en las que no vamos a entrar– permiten una buena cantidad de aportaciones sustantivas entre las que cabe destacar las siguientes:

1. Estimar el efecto escolar de cada centro mediante la metodología de *Valor Añadido en Educación* del centro. Es decir, permiten saber qué aporta el centro exactamente al desarrollo del alumno descontando variables tales como el nivel sociocultural de la familia, el rendimiento previo del alumno, el nivel socioeconómico del barrio, etc.

2. Tener una estimación de los efectos escolares diferenciales, de tal forma que se conozca el grado de *equidad* de los centros en el fomento del desarrollo de todos los alumnos.

3. Conocer y estimar con precisión la magnitud de la *aportación de las variables de aula, centro o contexto* sobre la variable producto del alumno. Es decir, trabaja con múltiples niveles de análisis de forma simultánea y analizan simultáneamente contextos y heterogeneidad individual.

4. Analizar la *interacción entre variables* de distintos niveles. Es decir, conocer por ejemplo, si determinadas características del docente, el aula o el centro, inciden de manera diferente para distintos grupos de alumnos.

5. Combinar la *investigación intensiva con la extensiva* o, lo que es lo mismo, cualidad y cantidad. Las conductas y las acciones de los individuos tienen ambos componentes, uno cualitativo (ocurre) y otro cuantitativo (cuánto, qué tan frecuente...). La investigación extensiva permite identificar patrones, pero al mismo tiempo permite identificar grupos específicos que necesitan estudios intensivos.

Si queremos realizar investigaciones de calidad, que aporten resultados que contribuyan a un mejor conocimiento del centro docente y su funcionamiento y que sean realmente útiles para la toma de decisiones, es imprescindible que utilicemos los recursos metodológicos más adecuados. En la investigación amparada en el paradigma empírico-positivista, el camino se llama Modelos Multinivel.

Cierto es que su utilización supone un importante cambio en la forma de trabajar de los investigadores y que exige un sobre-esfuerzo de formación en metodología de su parte. Cierto es también que nuestro país tiene una escasa tradición en investigación en Organización Escolar y un nivel bajo en desarrollo metodológico que hace difícil poner en práctica los nuevos avances en este terreno. Pero su conocimiento y utilización debe constituirse en un "deber" para los investigadores en organización escolar, para aquellos de tradición más cuantitativa, pero también para los más proclives a la investigación de carácter fenomenológico.

Si exigimos a los docentes una formación constante, con más razón hemos de ser exigentes con nosotros mismos para estar al día con los avances sustantivos y metodológicos que se producen en nuestra disciplina. En juego está la calidad de la investigación, y con ello, la calidad de la educación.

Sobre el autor

F. Javier Murillo Torrecilla es Profesor Titular en Métodos de Investigación y Evaluación en Educación, Universidad Autónoma de Madrid. Doctor en Ciencias de la Educación de la Universidad Complutense de Madrid, Licenciado en Ciencias Matemáticas y Licenciado en Ciencias de la Educación.

Es Coordinador de la Red Iberoamericana de Investigación sobre Cambio y Eficacia Escolar (RINACE), Director/Editor de la Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación (REICE) y co-director de la Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa.

Fue Director de Estudios del Centro de Investigación y Documentación Educativa, Ministerio de Educación (España) y Coordinador General del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la UNESCO. Ha trabajado como consultor experto en Investigación y Evaluación Educativas en diferentes países de América Latina y con distintas agencias internacionales. Autor de más de un centenar de publicaciones sobre Calidad, eficacia y mejora de la educación. Más información en

www.uam.es/javier.murillo

javier.murillo@uam.es

Referencias

Aitkin, M. & Longford, N. (1986). Statistical modelling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society, Ser A, 149*, 1-43.

Bickel, R. (2007). *Multilevel Analysis for Applied Research: It's Just Regression*. New York: Guilford Press.

Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992). *Hierarchical linear models. Applications and data analysis methods*. Newbury Park, CA: SAGE.

Coleman, J. S., Campbell, E. Q., Hobson, C. J., McPartland, J., Mood, A. M., Weinfeld, F. D. & York, R. L. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington: US Government Printing Office.

Draper, D. (1995). Inference and hierarchical modeling in the Social Sciences. *School Effectiveness and School Improvement, 20*, 115-147.

Gelman, A. & Hill, J. (2006). *Data Analysis Using Regression and Multilevel /Hierarchical Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

Goldstein, H. (1997). Methods in school effectiveness research. *School Effectiveness and School Improvement, 8*(4), 69-395.

Goldstein, H. (2003). *Multilevel Statistical Models*. New York: Arnold.

Heck, R. H. & Thomas, S. L. (2000). *An Introduction to Multilevel Modeling Techniques*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hill, P. W. & Rowe, K. J. (1996). Multilevel modelling in school effectiveness research. *School Effectiveness and School Improvement, 17*(1), 1-34.

Hox, J. J. (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT-Publikaties.

Hox, J. J. (1998). Multilevel modeling: when and why. En I. Balderjahn & M. Schader (Eds.), *Classification, data analysis and data highways* (pp. 147-154). New York: Springer Verlag.

Hox, J. J. (2002). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hox, J. J. & Kreft, I. G. G. (1994). Multilevel analysis methods. *Sociological Methods and Research, 22*(3), 238-299.

Longford, N. T. (1993). *Random Coefficient Models*. Oxford: Oxford University Press.

Murillo, F. J. (1999). Los modelos jerárquicos lineales aplicados a la investigación sobre eficacia escolar. *Revista de Investigación Educativa, 17*(2), 453-460.

Murillo, F. J. (2004a). La metodología de investigación en Eficacia Escolar. En L. J. Piñeros (Ed.), *Dimensiones del mejoramiento escolar. La escuela alza el vuelo* (pp. 153-193). Bogotá: Convenio Andrés Bello.

Murillo, F. J. (2004b). Los modelos multinivel: avances metodológicos en la investigación sobre organización escolar. *Organización y Gestión Educativa, 1*, 23-27.

Murillo, F. J. (2006). Un estudio multinivel sobre los efectos escolares y los factores de eficacia de los centros docentes de primaria en España. En F. J. Murillo (Coord.), *Estudios sobre eficacia escolar en Iberoamérica. 15 buenas Investigaciones* (pp. 345-372). Bogotá: Convenio Andrés Bello.

Murillo, F. J. (2008). Hacia un Modelo de Eficacia Escolar. Estudio Multinivel sobre los Factores de Eficacia de las Escuelas Españolas. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 6*(1), 4-28.

Raudenbush, S. W. & Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. London: SAGE.

Reise, S.P. y Duan, N. (2003). *Multilevel Modeling: Methodological Advances, Issues, and Applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

VOLUMEN 1 / NÚMERO 1 / JULIO-DICIEMBRE DE 2008 / ISSN 2027-1174 / BOGOTÁ-COLOMBIA / Página 45-62