

# ¿LOS ÍNDICES DE MERCADO SON CARTERAS EFICIENTES? EL CASO ESPAÑOL DEL IBEX-35\*

Mariano González Sánchez\*\*

Juan M. Nave Pineda\*\*\*

---

\* Este trabajo es financiado por el proyecto de investigación ECO 2012-36685 del Ministerio de Economía y Competitividad de España. Se encuentra en desarrollo desde el 1 enero de 2012 y se espera su finalización el 31 de diciembre de 2015. El artículo se recibió el 20-12-13 y se aprobó el 08-04-14. Sugerencia de citación: González S., M. y Nave P., J. M. (2014). ¿Los índices de mercado son carteras eficientes? El caso español del IBEX-35. *Cuadernos de Administración*, 27 (48), 183-226.

\*\* Doctor en Ciencias económicas y empresariales, Universidad Ceu San Pablo, Madrid, España, 1998; Licenciado en ciencias empresariales, Universidad Complutense, Madrid, España. Profesor adjunto, Universidad CEU Cardenal Herrera, Madrid, España. Correo electrónico: mariano.gonzalez@uch.ceu.es

\*\*\* Doctor en Ciencias económicas y empresariales, Universidad de Valencia, Valencia, España, 1996; Licenciado en ciencias empresariales, Universidad de Valencia, Valencia, España, 1990. Profesor titular, Universidad de Castilla de la Mancha, Cuenca, España. Correo electrónico: JuanNave@uclm.es

## ¿Los índices de mercado son carteras eficientes? El caso español del IBEX-35

### RESUMEN

En la práctica financiera de gestión y valoración de activos suele emplearse como cartera eficiente de mercado su índice representativo. En la literatura financiera los estudios empíricos para contrastar si el índice de mercado es una cartera eficiente suelen asumir únicamente un comportamiento gaussiano (media-varianza). Por el contrario, en este trabajo se propone una metodología tanto en entorno gaussiano como no gaussiano, así como pruebas del tipo backtesting para considerar a posteriori los errores tipo-I y II. Los resultados de aplicar la metodología propuesta sobre el índice del mercado español (IBEX-35) muestran que pueden encontrarse carteras óptimas más eficientes que el IBEX-35 y con un menor número de activos. Además, bajo un entorno no gaussiano se superan los test y, no se presenta el problema habitual de primas de riesgo de mercado no positivas.

**Palabras clave:** Cartera de mercado, índice de mercado, optimización.

**Clasificación JEL:** G11, G12.

## Are the market indexes efficient portfolios? The Spanish case of IBEX-35

### ABSTRACT

In financial management and asset pricing is often used the market as the efficient market portfolio. The empirical studies to test the efficiency of market index usually assume a gaussian behavior (mean-variance). By contrast, this paper proposed a backtesting methodology from the post type-I and II errors, for both gaussian and non-gaussian behavior. The results on Spanish market index (IBEX-35) show that optimal portfolios may be more efficient than the IBEX-35 with fewer assets, which under a non-Gaussian test are exceeded and, without exhibiting the usual problem of market risk premiums not positive.

**Keywords:** Market portfolio, market index, optimization.

**JEL Classification:** G11, G12.

## Os índices de mercado são carteiras eficientes? O caso espanhol do IBEX-35

### RESUMO

Na prática financeira de gestão e valoração de ativos, costuma empregar-se como carteira eficiente de mercado seu índice representativo. Na literatura financeira, os estudos empíricos para contrastar se o índice de mercado é uma carteira eficiente, costumam assumir unicamente um comportamento gaussiano (média-variação). Pelo contrário, neste trabalho propõe-se uma metodologia tanto em contexto gaussiano quanto não gaussiano, bem como provas do tipo *backtesting* para considerar a posteriori os erros tipo-I e II. Os resultados de aplicar a metodologia proposta sobre o índice do mercado espanhol (IBEX-35) mostram que se podem encontrar carteiras mais eficientes que o IBEX-35 e com um menor número de ativos. Além disso, sob um contexto não gaussiano, superam-se os testes e não se apresenta o problema habitual de prêmios de riscos de mercado não positivas

**Palavras chave:** Carteira de mercado, índice de mercado, otimização.

**JEL Classificação:** G11, G12.

## Introducción

Los índices del mercado de renta variable son habitualmente empleados en la práctica financiera como referencia en la gestión de carteras y la valoración de activos. Ello supone implícitamente que dichos índices son una proxy de la llamada cartera de mercado, definida como la de mayor rendimiento por unidad de riesgo.

Ahora bien, la denominada crítica de Roll (1977) sobre la contrastación de la Teoría de Valoración de Activos (Capital Asset Pricing Model: CAPM) exige conocer la cartera de mercado y que para su construcción sean considerados todos los activos del mercado. De este modo, sustituir dicha cartera por una proxy, un índice de mercado, no sólo no permite contrastar la validez de la teoría, sino que podrían cometerse errores en la estimación del riesgo de mercado, es decir, cualquier gestión o valoración de activos asociada a un índice no contrastado como cartera eficiente podría conllevar una infra o sobre valoración del riesgo.

Surge entonces la cuestión sobre la validez de la construcción de los índices de mercado como carteras eficientes, es decir, ¿las ponderaciones asignadas a los diferentes activos son adecuados para construir una buena proxy de la cartera de mercado?

En este contexto, el objetivo principal de este trabajo es determinar si *a priori* el IBEX-35 (índice del mercado continuo español) es una cartera óptima, es decir, si es posible encontrar otras ponderaciones para los mismos 35 valores que ofrezcan una mayor rentabilidad

por unidad de riesgo. Por tanto, el objetivo no es “batir” al IBEX-35, sino proporcionar a los agentes económicos una validación de este índice como cartera de mercado.

Realizamos este estudio bajo dos entornos: por un lado, consideramos un comportamiento gaussiano del rendimiento de los activos (media-varianza), tal y como se desprende de la CAPM; y por otro, incluimos momentos muestrales de orden mayor a 2 (asimetría y curtosis). Para este último supuesto, la performance de las carteras vendrá dada en términos de media frente al *Value at Risk*. Finalmente, para contrastar si los resultados *a priori* se mantienen al final del período de inversión, y dado que consideramos tanto un comportamiento normal como no normal, recurriremos a pruebas de *backtesting*.

Para este estudio se empleará una muestra comprendida entre enero-2000 y marzo-2013 de los precios de las acciones que forman parte del IBEX-35 en cada instante temporal.

El resto del trabajo se organiza así: en el segundo apartado se hace un repaso de la literatura que ha tratado el mismo tema desde otras perspectivas; en el tercero se exponen las metodologías seguidas para estimar los pesos de las carteras óptimas; en el cuarto explicamos la selección de la muestra y sus características estadísticas, en el quinto presentamos los resultados y, finalizamos con las principales conclusiones.

### 1. Revisión de la literatura

Existen numerosos trabajos que analizan la validez de la CAPM, cabe destacar al respec-

to DeMiguel *et al.* (2009), que comprueban, en un entorno gaussiano (ratio de Sharpe) si las estrategias habituales de optimización superan el rendimiento obtenido por una cartera equiponderada. Los resultados indican que el problema estriba en el error de estimación de los momentos muestrales, es decir, serían necesarios muchos más datos para que el resultado de la optimización superase a la equiponderada. Otro trabajo reseñable es Levy y Roll (2010), donde se pone de manifiesto que pequeñas variaciones en los parámetros muestrales de media y varianza (entorno gaussiano) pueden hacer que las carteras proxy de mercado sean eficientes, concluyendo entonces que el modelo CAPM no puede ser rechazado. A partir de estos trabajos queda en evidencia que bajo un comportamiento gaussiano (media y varianza) los momentos muestrales presentan problemas.

En la literatura financiera también existen trabajos con un objetivo de contraste similar, pero sobre diferentes mercados, por ejemplo Arcos *et al.* (2010) emplean diferentes métodos de estimación de carteras óptimas en entorno gaussiano para Latinoamérica. Pero en estos casos también se observa que los estadísticos descriptivos de las muestras no parecen corresponder a un comportamiento normal.

El interés que ha recibido este tema se refleja en las numerosas publicaciones que analizan el estado de la materia; por ejemplo Lewellen *et al.* (2010), Brown y Walter (2013), Cantillo (2013), Campbell (2014) y Schlegel (2014).

Para el caso español, la mayoría de estudios empíricos se centran en la posibilidad de obtener rendimientos sistemáticamente supe-

riores a la cartera de mercado. Hay dos aspectos en base a los que podemos clasificar estos trabajos: por un lado la estrategia seguida para seleccionar carteras que puedan generar rendimientos superiores al mercado (v.gr. activos infravalorados, fondos de inversión), y por otro, la técnica estadística empleada para medir si el rendimiento obtenido es sistemáticamente mayor que el del mercado (Ferruz y Sarto, 1993; Gómez-Bezares *et al.*, 1996; Méndez y Álvarez, 2000; Jordán y García, 2002; Gómez-Bezares *et al.*, 2012). Ahora bien, en todos los casos se asume que la cartera de mercado es el IBEX-35 o el IGBM (Índice General de la Bolsa de Madrid), de manera que cualquier conclusión estaría sesgada en términos de la CAPM, por cuanto dichos índices podrían no ser una buena proxy *a priori* de la cartera de mercado.

Otra línea de investigación sobre el mercado español está compuesta por trabajos que, o bien han incorporado más factores explicativos, como el caso multi-beta (Nieto y Rubio, 2002); o bien, han simplificado el problema de optimización de carteras (Villalba, 1998), empleando medidas del riesgo sustitutivas de las covarianzas, como las desviaciones medias absolutas, transformando así el problema cuadrático en lineal. En cualquier caso, el objetivo de estos trabajos tampoco fue contrastar la validez de las ponderaciones del IBEX-35. Esta cuestión tampoco es considerada por Gómez-Sala y Marhuenda (1998), cuando construyen dos índices equiponderado y ponderado por capitalización, para contrastar las anomalías del mercado y la validez de la CAPM en el caso español, siendo su principal conclusión el poder explicativo del tamaño que –recordemos– está incluido

en la construcción de carteras o índices por capitalización.

El primer precedente de este trabajo es Rubio (1986), aunque dicha investigación no busca una cartera óptima, sino que analiza en qué medida un índice del mercado español puede ser una proxy adecuada de la cartera de mercado, expresado en términos de correlación lineal entre ambas carteras, por tanto en un entorno gaussiano. De igual modo ocurre con Torre (2013), que a través de un test sobre una variable dicotómica que compara el ratio de Sharpe (entorno gaussiano) del índice con otras dos carteras, una resultado de optimizar los datos históricos de los activos; y otra, los datos simulados por muestreo con remplazamiento, llegan a resultados contradictorios: en el primer caso se acepta que el índice es eficiente y en el segundo no.

Así pues, resulta reiterativo el problema del entorno gaussiano, puesto de manifiesto en los parámetros y en la estadística descriptiva de las series. Además, la literatura financiera para el caso español adolece de un estudio empírico sobre la validez de los pesos del IBEX-35 como representativos *a priori* de los de la cartera de mercado bajo un comportamiento no gaussiano, todo lo cual justifica este trabajo.

## 2. Metodología

### 2.1. Hipótesis generales de la CAPM

Para contrastar si el índice del mercado es una buena proxy *ex ante* de la cartera de mercado, asumimos inicialmente las hipótesis del modelo CAPM:

- Modelo estático: consideramos que los inversores invierten al inicio del período y el consumo se realiza al final del período de inversión. Esto lo realizaremos en fechas consecutivas y sin posibilidad de operaciones entre ellas.
- Los activos son divisibles: en nuestro caso, y a fin de poder comparar los resultados con el índice del mercado, en cada fecha sólo se considerarán como activos ofertados los que formen parte del índice.
- Existe un activo seguro: para nuestro estudio, como en otros trabajos citados, se tomará el rendimiento medio de la deuda pública con un vencimiento igual al período de inversión considerado.
- Los agentes económicos tienen expectativas homogéneas sobre las oportunidades de inversión.
- El mercado se considera competitivo.
- No se consideran costes de transacción, ni impuestos u otras fricciones.
- Los inversores escogen su cartera en función del rendimiento esperado y del riesgo, medido este último con la varianza, bajo la hipótesis de comportamiento gaussiano de los rendimientos de los activos y, además emplearemos una medida de *Value at Risk* (VaR) que considere otros momentos en el supuesto de no normalidad.

En este contexto, la estimación de la cartera de mercado se corresponde con la cartera tangente de activos inciertos, es decir, los agentes situarán sus decisiones de inversión sobre la denominada *Capital Market Line* (CML). Esta cartera óptima es la que más remunera por unidad de riesgo asumido, esto es:

$$\begin{aligned} \max_w & \left( \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N w_i = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

La expresión (1) implica obtener una cartera de mercado ( $M$ ), es decir, la combinación lineal de los activos que la conforman ( $w_i$ ), cuya rentabilidad esperada ( $E(R_M)$ ) sobre la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ) por unidad de riesgo ( $\sigma_M$ ) es la mayor y, sujeto a una restricción presupuestaria básica sobre la inversión realizada en cada activo.

## 2.2. Metodología de estimación en entorno gaussiano

En la práctica este problema de optimización se encuadra dentro de un entorno gaussiano (hipótesis CAPM), por lo que la rentabilidad esperada se sustituye por la media muestral de los rendimientos de los activos ( $\mu$ ), el riesgo por su desviación estándar ( $\sigma$ ) y la relación entre los rendimientos de los activos se considera lineal, por lo que se mide a través del coeficiente de correlación ( $\rho$ ). Con todo ello, la expresión (1) se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \max_\omega & \left( \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \right) = \max_\omega \left[ \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i (\mu_i - R_f)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}} \right] \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Una forma habitual de resolver estos problemas de máximos consiste en derivar e

igualar a cero, obteniéndose los pesos de los activos, de tal modo que si la segunda derivada es negativa la solución encontrada será un máximo (Marín y Rubio, 2001, pp. 260-267), de tal modo que realizando un cambio de variable ( $z$ ):

$$z_i = -w_i \cdot \left[ \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\mu_i - R_f)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}} \right] \quad (3)$$

La expresión (2) puede escribirse en términos matriciales como:

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix} - R_f \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \cdots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

De tal modo que, podemos resolver fácilmente este sistema de ecuaciones y deshacer el cambio de variable como sigue:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \cdots & \sigma_N^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 - R_f \\ \vdots \\ \mu_N - R_f \end{bmatrix}$$

$$\forall i = 1, \dots, N \quad w_i = \frac{z_i}{\sum_{j=1}^N z_j} \quad (5)$$

En la práctica, esta forma de resolución simple exige que podamos estimar la inversa de la matriz de covarianzas de los rendimientos de los activos, lo cual a su vez requiere que el determinante sea mayor que cero. Pero a

medida que el número de activos aumenta se observa que el determinante converge a cero, consecuencia de la colinealidad<sup>1</sup>, por lo que no puede emplearse esta técnica. Por ello, en este trabajo se propone otra metodología de estimación: una optimización basada en un algoritmo genético (*Simulating Annealing*).

La ventaja de este procedimiento frente a otros métodos de optimización (v.gr. los quasi-Newton del tipo BFGS, BHHH) es que no requiere que la función sea diferenciable en todos los puntos, además realiza una búsqueda de valores más extensa sobre toda la superficie de valores factibles (conjunto de carteras potenciales).

Este procedimiento es sensible, como otros mencionados, al punto inicial de estimación, por lo que para evitar dicho inconveniente emplearemos la solución obtenida mediante el procedimiento iterativo Gauss-Seidel. Para encontrar los valores de las incógnitas dentro de una tolerancia deseada, en cada iteración ( $k$ ), este método estima una nueva posible solución ( $Z_{i,k}$ ) a partir de los valores anteriores de cada incógnita ( $Z_{i,h} \forall h = 1, \dots, k-1$ ), y de los valores actuales del resto de incógnitas ( $Z_{j,k} \forall j \neq i$ ). De este modo la solución iterativa puede expresarse como:

$$z_{i,k} = \frac{(\mu_i - Rf) - \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_{i,j} z_{j,k} - \sum_{j=i+1}^N \sigma_{i,j} z_{j,k-1}}{\sigma_{i,i}} \quad (6)$$

Una vez obtenidos los puntos iniciales, emplearemos el algoritmo *Simulating Annealing* sobre dos problemas de optimización bajo comportamiento gaussiano:

No se permiten las posiciones cortas; en este caso el problema de optimización se expresaría como sigue:

$$\begin{aligned} \max_w & \left[ \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\mu_i - Rf)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}} \right] \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\ & \forall i = 1, \dots, N \quad w_i \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Se admiten posiciones cortas:

$$\begin{aligned} \max_w & \left[ \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\mu_i - Rf)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}} \right] \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^N w_i = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

### **2.3. Metodología de estimación en entorno no gaussiano**

Para el caso de comportamiento no gaussiano de las series de rendimientos, emplearemos la

---

<sup>1</sup> Aumentar el número de activos no significa necesariamente que el número de factores explicativos aumente, de tal modo que si se realiza una descomposición de la matriz de covarianzas en sus valores propios (Análisis de Componentes Principales) observaremos como al ir aumentando el número de activos, suele aparecer cada vez un número mayor de valores propios nulos, consecuencia de la colinealidad.

metodología propuesta por Jondeau y Rockinger (2006). Esta propuesta, para una función de utilidad CARA (*Constant Absolute Risk Aversion*), consiste en definir la condición de primer orden en función de momentos de mayor orden (media, varianza, asimetría y curtosis). De esta manera, si  $R$  es la matriz de rendimientos, es el  $\mu$  vector de media,  $\sigma^2$  la matriz de covarianzas,  $s^3$  la matriz de co-asimetría y  $\kappa^4$  la matriz de co-curtosis:

$$\begin{aligned}\mu &= E[R] \\ \sigma^2 &= E[(R - \mu) \cdot (R - \mu)'] \\ s^3 &= E[(R - \mu) \cdot (R - \mu)' \otimes (R - \mu)'] \\ \kappa^4 &= E[(R - \mu) \cdot (R - \mu)' \otimes (R - \mu)' \otimes (R - \mu)']\end{aligned}\tag{9}$$

Donde  $\otimes$  es el operador producto de Kronecker. Entonces dichos momentos para una cartera vendrán definidos por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\mu_p &= w' \cdot \mu \\ \sigma_p^2 &= w' \cdot \sigma^2 \cdot w \\ s_p^3 &= w' \cdot s^3 \cdot (w \otimes w) \\ \kappa_p^4 &= w' \cdot \kappa^4 \cdot (w \otimes w \otimes w)\end{aligned}\tag{10}$$

Con lo que la condición de primer orden sería:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E[U(w)]}{\partial w} &= \mu - \delta_1 \cdot \sigma^2 \cdot w + \delta_2 \cdot s^3 \cdot (w \otimes w) - \delta_3 \cdot \kappa^4 \cdot (w \otimes w \otimes w) = 0 \\ \delta_1 &= \frac{\lambda}{A}; \delta_2 = \frac{\lambda}{2A}; \delta_3 = \frac{\lambda}{6A} \\ A &= 1 + \frac{\lambda^2}{2} \cdot \sigma_p^2 + \frac{\lambda^3}{6} \cdot s_p^3 + \frac{\lambda^4}{24} \cdot \kappa_p^4\end{aligned}\tag{11}$$

Siendo  $\lambda$  el coeficiente de aversión al riesgo.

De este modo, y para el supuesto de comportamiento no gaussiano, la función a optimizar sujeta a las mismas restricciones que en (7) y (8) sería:

$$\max_w \left[ \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\mu_i - Rf)}{VaR_w} \right] \quad (12)$$

Donde la varianza es sustituida por el *Value at Risk* (*VaR*) como medida del riesgo. En concreto emplearemos un VaR paramétrico con la extensión Cornish-Fisher, tal que para un determinado nivel de confianza ( $\alpha$ ):

$$\begin{aligned} V_t &= w' \cdot P_t \\ \eta_{w,\alpha} &= \varepsilon_{w,\alpha} + \frac{s_p^3}{6} \cdot (\varepsilon_{w,\alpha}^2 - 1) + \frac{\kappa_p^4 - 3}{6} \cdot (\varepsilon_{w,\alpha}^2 - 3\varepsilon_{w,\alpha}) - \frac{(s_p^3)^2}{36} \cdot (2\varepsilon_{w,\alpha}^3 - 5\varepsilon_{w,\alpha}) \\ \varepsilon &\sim \mathcal{N}(0,1) \\ VaR_{w,t} &= V_t \cdot \exp \left[ (\mu_p - \eta_{w,\alpha} \cdot \sigma_p) - 1 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Donde  $P_t$  y  $V_t$  serán respectivamente el precio de los activos que componen la cartera y el valor de la cartera.

## 2.4. Metodología de contrastación de los resultados

Una vez obtenida la cartera tangente comprobaremos su eficiencia y la del índice del mercado de dos formas: en primer lugar emplearemos un test en sección cruzada para estimar *a priori* la eficiencia en cada instante temporal. Para lo que aplicaremos la propuesta de Shanken (1996), ello lo realizaremos del siguiente modo:

- En cada instante  $t$  estimaremos las  $\beta$  de los activos con respecto a la cartera tangente obtenida y el índice del mercado. Esta estimación se realizará con  $\tau$  datos históricos.
- Seguidamente calcularemos la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos ( $\Sigma$ ) de las regresiones anteriores, y cuyo

orden dependerá del número de activos del índice ( $N \times N$ ).

- Como la estimación consistente del modelo es por GLS, es preciso determinar previamente la matriz de ponderaciones como:  $\Omega = \Sigma + (\beta \cdot \beta') \cdot \sigma^2$ . Donde  $\sigma^2$  es la varianza de los rendimientos de la cartera cuya eficiencia pretende contrastarse (tangente o índice). De este modo, podemos estimar el modelo sobre los rendimientos esperados o medios de los activos ( $\mu$ ):  $\hat{\Gamma} = (\beta' \cdot \Omega^{-1} \cdot \beta)^{-1} \beta' \cdot \Omega^{-1} \cdot \mu$ . Donde el vector  $\hat{\Gamma}$  tiene dos componentes, el rendimiento libre de riesgo ( $\gamma_0$ ) y la prima de riesgo del mercado ( $\gamma_1$ ). Estimado el modelo podemos determinar los errores:  $\varepsilon = \mu - \beta \cdot \hat{\Gamma}$
- Dado que las verdaderas  $\beta$  no son observables, introducimos la corrección de Shanken (1996) y definimos el siguiente estadístico:

$$Q = \frac{\tau \cdot \varepsilon' \cdot \Omega^1 \cdot \varepsilon}{1 + \frac{\gamma_1^2}{\sigma^2}} \sim X_{N-2}^2 \quad (14)$$

Ahora bien, como este contraste sólo es aplicable bajo el supuesto de normalidad, en segundo lugar, contrastaremos si la estrategia de optimización propuesta sistemáticamente supera al índice de mercado, en una línea similar a Gómez-Bezares *et al.* (2012). Pero, mientras que Gómez-Bezares *et al.* (2012) proponen un z-test para los excesos de rendimientos de su estrategia de inversión frente al índice de mercado, en nuestro caso hemos de considerar adicionalmente la posible no-normalidad de las series y la condicionalidad en dichos excesos, empleando para ello un análisis del tipo *backtesting*.

En este sentido, contemplaremos las diferentes posibilidades que pueden darse, esto es, *a priori*, la cartera tangente obtenida puede tener mayor o menor performance que el índice del mercado, pero a pesar de ello, *a posteriori*, el rendimiento obtenido puede ser menor o mayor, con lo que para un total de  $T$  instantes temporales de contrastación (tamaño muestral) puede darse que:

1. La cartera tangente tiene *a priori* una performance mayor que la del índice ( $T_1$  sucesos):

- 1.1. A posteriori la cartera tangente presenta un rendimiento menor o igual que el índice o error tipo-I ( $T_{1,I}$  sucesos).

1.2. El rendimiento a posteriori de la cartera tangente es mayor que la del índice o éxitos ( $T_{1,0}$  sucesos).

2. La cartera tangente tiene *a priori* una performance menor o igual que la del índice ( $T_2$  sucesos):

- 2.1. A posteriori la cartera tangente presenta un rendimiento menor o igual que el índice ( $T_{2,0}$  sucesos).
- 2.2. El rendimiento a posteriori de la cartera tangente es mayor que la del índice o error tipo-II ( $T_{2,II}$  sucesos).

De esta forma podemos estimar los siguientes contrastes de *backtesting* para un nivel de confianza  $\alpha$ :

- Incondicional (Kupiec, 1995<sup>2</sup>), esto es, los sucesos son independientes en el tiempo de modo que tendremos dos estadísticos el test Incondicional ( $I$ ) y el de Kupiec ( $K$ ):

$$I_t = \begin{cases} 1 & t \notin T_{1,0} \\ 0 & t \in T_{1,0} \end{cases}$$

$$x = \sum_{t=1}^T I_t$$

$$I_t \sim \text{Binomial}\left(\frac{x}{T}, T, \alpha\right) \quad (15)$$

$$K = -2 \ln \left[ \frac{(1-\alpha)^{T-x} \alpha^x}{\left(1 - \frac{x}{T}\right)^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right] \sim X_1^2$$

---

<sup>2</sup> Bajo la hipótesis de comportamiento normal de los sucesos, el test Kupiec equivale a un z-test.

- Condicional (Christoffersen, 1998), en este caso se asume un comportamiento dependiente markoviano de los sucesos, de este modo el test Condicional sería ( $L$ ):

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{T_{1,I}}{T_{1,0} + T_{1,I}}; p_2 = \frac{T_{2,0}}{T_{2,H} + T_{2,0}}; p = \frac{T_{1,0} + T_{2,H}}{T} \\ C &= -2 \ln \left[ \frac{(1-p)^{T_{1,0}+T_{1,I}} (p)^{T_{2,0}+T_{2,H}}}{(1-p_1)^{T_{1,0}} (p_1)^{T_{1,I}} (1-p_2)^{T_{2,H}} (p_2)^{T_{2,0}}} \right] \\ L &= K + C \sim X^2_2 \end{aligned} \quad (16)$$

- Función de pérdida (López, 1999), que será una medida del error cometido y dependerá de los excesos de rendimiento a posteriori ( $exc$ ), es decir, la diferencia entre los rendimientos posteriores entre la cartera tangente y el índice, en el primer caso, cuando *a priori* se seleccionó la cartera tangente y, en el segundo, cuando fue seleccionado el índice:

$$\begin{aligned} l_{1,t} &= \begin{cases} 1 + exc_1^2 & t \in T_{1,I} \\ 0 & t \in T_{1,0} \end{cases} \\ Loss_1 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_{1,t} \\ l_{2,t} &= \begin{cases} 1 + exc_2^2 & t \in T_{2,H} \\ 0 & t \in T_{2,0} \end{cases} \\ Loss_2 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_{2,t} \end{aligned} \quad (17)$$

### 3. Datos

Para el estudio empírico se ha seleccionado como índice el IBEX-35, por lo que las empresas consideradas para construir posi-

bles carteras tangentes que superen el índice como cartera de mercado sólo podrán estar construidas con los valores que en cada fecha compongan el índice de mercado.

Siguiendo con los trabajos citados que analizan el mercado español, empleamos los precios ajustados de dividendos y *splits* para el período que va desde enero-2000 hasta marzo-2013. Estos precios son obtenidos de Bloomberg. Lógicamente no todos los activos se han negociado durante todo este período temporal por lo que en el cuadro 1 mostramos las empresas consideradas, su *ticker* y el período muestral disponible.

El período de contrastación será menor que el tamaño total puesto que –como es habitual en la literatura– estimaremos los momentos muestrales en cada instante, siempre que existan suficientes datos, con los cinco años previos (60 datos mensuales), por lo que dicho período de contrastación irá desde enero-2005 hasta diciembre 2012. De manera que obtendremos 96 instantes temporales (uno al mes) de estimación de las carteras óptimas. Siguiendo la literatura, los rendimientos considerados serán en frecuencia mensual y trimestral, es decir, construida una cartera asumimos que se mantiene hasta el mes siguiente para los rendimientos mensuales, y hasta el siguiente trimestre en el caso de rendimientos trimestrales, tal y como se indicó las inversiones se consideran independientes (modelo CAPM estático). Adicionalmente, como realizamos un test *a posteriori*, para el caso de los rendimientos mensuales también se consideran los precios de enero-2013, mientras que para el caso trimestral se precisan desde enero hasta marzo de 2013.

**Cuadro 1. Empresas de la muestra**

Nombre	Ticker	Observ.	1 <sup>a</sup> observación	Última observación	Nombre	Ticker	Observ.	1 <sup>a</sup> observación	Última observación
IBEX-35	IBEX-35	159	Enero-2000	Marzo-2013	Gritols	GRF	83	Mayo-2006	Marzo-2013
Antena 3	A3TV	114	Octubre-2003	Marzo-2013	InternationalAirlines Group	IAG	27	Enero-2011	Marzo-2013
Abertis	ABE	159	Enero-2000	Marzo-2013	Iberdrola	IBE	159	Enero-2000	Marzo-2013
Abengoa	ABG	159	Enero-2000	Marzo-2013	Iberia	IBLA	118	Abri-2001	Enero-2011
ACS construcciones	ACS	159	Enero-2000	Marzo-2013	Iberdrola Renovables	IBR	44	Diciembre-2007	Julio-2011
Acerinox	ACX	159	Enero-2000	Marzo-2013	Indra	IDR	159	Enero-2000	Marzo-2013
Aguas de Barcelona	AGS	125	Enero-2000	Mayo-2010	Inditex	ITX	143	Mayo-2001	Marzo-2013
Altadis	ALT	98	Enero-2000	Febrero-2008	Arcelor	LOR	70	Febrero-2002	Noviembre-2007
Amadeus	AMS	36	Abri-2010	Marzo-2013	Mapfre	MAP	159	Enero-2000	Marzo-2013
Acciona	ANA	159	Enero-2000	Marzo-2013	Arcelor Mittal Steel	MTS	81	Julio-2006	Marzo-2013
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria	BBVA	159	Enero-2000	Marzo-2013	Metrovacesa	MVC	159	Enero-2000	Marzo-2013
Bankia	BKIA	21	Julio-2011	Marzo-2013	NH Hoteles	NHH	159	Enero-2000	Marzo-2013
Bankinter	BKT	159	Enero-2000	Marzo-2013	Obrascón Huarte Lain	OHL	159	Enero-2000	Marzo-2013
Bolsas y Mercados de España	BME	81	Julio-2006	Marzo-2013	Banco Popular	POP	159	Enero-2000	Marzo-2013
Banesto	BTO	159	Enero-2000	Marzo-2013	Prisa	PRS	154	Junio-2000	Marzo-2013
Caixabank	CABK	66	Octubre-2007	Marzo-2013	Red Eléctrica de España	REE	159	Enero-2000	Marzo-2013

	Nombre	Ticker	Observ.	1ª observación	Última observación	Nombre	Ticker	Observ.	1ª observación	Última observación
Cintra	CIN	102	Octubre-2004	Marzo-2013	Repsol	REP	159	Enero-2000		Marzo-2013
Colonial	COL	141	Julio-2001	Marzo-2013	Banco Sabadell	SAB	144	Abri-2001		Marzo-2013
Criteria Caixa Corp.	CRI	39	Octubre-2007	Diciembre-2010	Banco Santander	SAN	159	Enero-2000		Marzo-2013
DIA supermercados	DIA	21	Julio-2011	Marzo-2013	Sogecable	SGC	102	Enero-2000		Junio-2008
Ebro	EBRO	159	Enero-2000	Marzo-2013	Sacyr Vallehermoso	SYV	159	Enero-2000		Marzo-2013
ENDESA	ELE	159	Enero-2000	Marzo-2013	Telefónica	TEF	159	Enero-2000		Marzo-2013
Enagás	ENG	130	Junio-2002	Marzo-2013	Movistar	TEM	69	Noviembre-2000		Julio-2006
Fadesa	FAD	45	Abril-2004	Diciembre-2007	Mediaset	TL5	106	Junio-2004		Marzo-2013
Fomento de Construcciones y Contratas	FCC	159	Enero-2000	Marzo-2013	TPI páginas amarillas	TPI	88	Enero-2000		Abri-2007
Ferrovial	FER	102	Octubre-2004	Marzo-2013	Técnicas Reunidas	TRE	82	Junio-2006		Marzo-2013
Gemesa	GAM	150	Octubre-2000	Marzo-2013	Unión Fenosa	UNF	117	Enero-2000		Septiembre-2009
Gas Natural	GAS	159	Enero-2000	Marzo-2013	Viscofán	VIS	159	Enero-2000		Marzo-2013

Fuente: elaboración propia.

En el Anexo en los cuadros 1A y 2A podemos observar un resumen estadístico de los rendimientos mensuales y trimestrales respectivamente. Por lo que respecta a los rendimientos mensuales.

Podemos observar como el índice se ajusta a las hipótesis de comportamiento de la teoría tradicional de carteras, en cambio hay títulos que no tienen un comportamiento gaussiano en el período de estudio, de manera que queda justificado el uso de momentos de orden superior para construir carteras óptimas.

En cuanto a los rendimientos trimestrales comprobamos que el número de títulos que presentan incumplimientos con respecto a las asunciones teóricas disminuye, lo que es consecuencia del Teorema Central del Límite (es decir, a medida que disminuye la frecuencia de observación muestral, los rendimientos tienden a comportarse como una normal ya que son suma de rendimientos no normales de frecuencia de observación mayor). Además los rendimientos son estimados *over-lapping*, evitando así problemas de autocorrelación y media móvil.

Finalmente, las tasas mensuales y trimestrales libres de riesgo son obtenidas del Banco de España ([www.bde.es](http://www.bde.es)) y se corresponde con los rendimientos medios, en términos mensuales o trimestrales, de la deuda pública con vencimiento más próximo al mes y al trimestre respectivamente.

## 5. Resultados

En primer lugar, en el cuadro 2 pueden observarse los extremos (máximo y mínimo) y valor medio (mediana) de los diferentes momentos muestrales de las diferentes carteras óptimas estimados en cada uno de los 96 momentos considerados.

De los resultados obtenidos cabe destacar varios hechos relevantes:

- Al considerar que el comportamiento es gaussiano existen datos (véase el mínimo) con rendimiento esperado por unidad de riesgo negativo. Por el contrario, cuando se optimiza bajo la hipótesis de no-normalidad no sucede esto.
- Las carteras óptimas estimadas tanto bajo la hipótesis de normalidad como no, presentan *a priori* un rendimiento/riesgo mejor que el IBEX-35.

Seguidamente estimamos el test de Shanken para contrastar si las carteras son eficientes *a priori*. Como puede observarse en el cuadro 3 no podemos rechazar la hipótesis nula de ineficiencia, aunque también podemos comprobar que las carteras óptimas estimadas están más cerca de rechazar dicha hipótesis que el IBEX-35. Evidentemente no se ha estimado el test para las carteras no gaussianas puesto que la hipótesis del mismo es el comportamiento gaussiano de las series.

**Cuadro 2. Estadística de las carteras óptimas**

		Rendimiento mensual							
Carteras	Estadísticos	Media	Desviación	Asimetría	Curtosis	Var	media/desv.	media/abs(VaR)	
IBEX-35	máximo	0.0171	0.0718	0.3043	6.4026	-2.4516	0.4618	0.0068	
	mediana	0.0035	0.0544	-0.4719	4.0052	-2.9886	0.0647	0.0010	
	mínimo	-0.0128	0.0342	-1.3416	2.7553	-4.0900	-0.1929	-0.0049	
	máximo	0.6614	1.4207	3.6565	50.2183		0.7606		
	mediana	0.0125	0.0433	-0.1163	5.5062		0.3243		
	mínimo	-0.0171	0.0031	-6.5754	2.1659		-0.6885		
Gauss	máximo	0.0607	0.1501	1.4636	13.2120		0.4509		
	mediana	0.0153	0.0838	0.3322	5.2223		0.1797		
	mínimo	-0.0056	0.0170	-2.6187	3.0444		-0.1155		
	máximo	0.0039	0.0634	0.2590	9.8370	-2.4892		0.0414	
	mediana	0.0025	0.0521	-0.3332	4.0545	-2.8427		0.0046	
	mínimo	0.0007	0.0259	-2.2066	2.4631	-5.7737		0.0033	
No Gauss (+)	máximo	0.0080	0.0938	0.3548	27.2550	-2.4338		0.0244	
	mediana	0.0032	0.0578	-0.3296	4.5623	-2.8396		0.0055	
	mínimo	0.0006	0.0211	-3.9569	2.5574	-10.9216		0.0081	

Continúa

Rendimiento trimestral						
Carteras	Estadísticos	Media	Desviación	Asimetría	Curtosis	Var
IBEX-35 mediana mínimo	máximo	0.0500	0.1459	0.9003	6.4567	-2.3602
	0.0106	0.0974	-0.4379	2.9120	-2.9364	0.1145
	-0.0335	0.0528	-1.4662	1.7349	-4.2976	-0.3280
Gauss mediana mínimo	máximo	6.0007	7.0044	3.9229	17.3314	-2.3619
	0.0197	0.1156	-0.3188	3.1184	-2.8336	0.1898
	-2.6374	0.0017	-3.7361	1.9148	-10.1380	-1.3391
Gauss (+) mediana mínimo	máximo	0.1966	0.3309	1.9269	6.9528	-2.3602
	0.0296	0.1393	0.0167	3.3867	-2.6000	0.2485
	-0.0301	0.0311	-1.6420	2.1551	-4.6106	-0.4260
No Gauss mediana mínimo	máximo	0.0148	0.1240	0.5547	5.4551	-2.3821
	0.0081	0.0860	-0.2286	2.8712	-2.7574	0.0900
	0.0027	0.0536	-1.4085	1.8588	-4.2000	0.0500
No Gauss (+) mediana mínimo	máximo	0.0196	0.1403	0.5020	11.6496	-2.3928
	0.0095	0.0982	-0.4830	2.9720	-2.9793	0.0378
	0.0022	0.0383	-2.7973	1.9328	-7.2494	0.0134

Nota: Gauss es la cartera óptima bajo la hipótesis de normalidad. Gauss (+) es la cartera óptima bajo la hipótesis de normalidad pero sin permitir posiciones cortas. No Gauss es la cartera óptima bajo no normalidad. No Gauss (+) es la cartera óptima para no normalidad y sin posiciones cortas. Var es el *Value at Risk* al 95% de nivel de confianza y el horizonte temporal del rendimiento, mediante Cornish-Fisher, para considerar asimetría y curtosis en el supuesto de comportamiento no-gaussiano. Las dos últimas columnas representan la remuneración a priori de la cartera por unidad de riesgo gaussiano (desviación) y no gaussiano (VaR).

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 3. Test de Shanken**

Rendimiento mensual			
Carteras	Estadísticos	Shanken test	p-valor
IBEX-35	máximo	51.7353	0.7724
	mediana	39.3713	0.2915
	mínimo	36.2227	0.1783
Gauss	máximo	44.9095	0.5242
	mediana	34.3695	0.1248
	mínimo	31.1015	0.0572
Gauss (+)	máximo	47.9847	0.6472
	mediana	36.8108	0.1975
	mínimo	34.2128	0.1207
Rendimiento trimestral			
Carteras	Estadísticos	Media	desviación
IBEX-35	máximo	46.5397	0.5912
	mediana	38.4041	0.2542
	mínimo	35.8742	0.1674
Gauss	máximo	40.8872	0.3532
	mediana	34.1773	0.1198
	mínimo	31.6046	0.0654
Gauss (+)	máximo	41.4290	0.3760
	mediana	35.0437	0.1430
	mínimo	33.4917	0.1032

Fuente: elaboración propia.

En el cuadro 4 se muestran las tablas de contingencia, tanto en términos mensuales como trimestrales:

Como puede observarse, en la mayoría de fechas cualquiera de las carteras óptimas resultaron *a priori* más eficientes que el IBEX-35,

ahora bien, *a posteriori* sólo entorno al 50% de los casos presentaron una mayor rentabilidad. En resumen, *a priori* el IBEX-35 es superado por las carteras óptimas estimadas, pero al considerar los rendimientos *a posteriori*, dichas carteras no son la cartera de mercado en todos los casos, puesto que no

**Cuadro 4. Tabla Contingencias de carteras óptimas ex-ante y ex-post**

Rendimientos mensuales						
Comportamiento: GAUSSIANO			Comportamiento: NO GAUSSIANO			
Posiciones cortas: SI			Posiciones cortas: SI			
Medida Riesgo: DESVIACIÓN			Medida Riesgo: VaR			
ant/post	mayor	menor	ant/post	mayor	menor	
mayor	41	40	mayor	42	48	
menor	4	11	menor	3	3	
Comportamiento: GAUSSIANO			Comportamiento: NO GAUSSIANO			
Posiciones cortas: NO			Posiciones cortas: NO			
Medida Riesgo: DESVIACIÓN			Medida Riesgo: VaR			
ant/post	mayor	menor	ant/post	mayor	menor	
mayor	42	41	mayor	46	48	
menor	5	8	menor	1	1	
Rendimientos trimestrales						
Comportamiento: GAUSSIANO			Comportamiento: NO GAUSSIANO			
Posiciones cortas: SI			Posiciones cortas: SI			
Medida Riesgo: DESVIACIÓN			Medida Riesgo: VaR			
ant/post	mayor	menor	ant/post	mayor	menor	
Mayor	39	21	mayor	41	29	
Menor	13	23	menor	11	15	
Comportamiento: GAUSSIANO			Comportamiento: NO GAUSSIANO			
Posiciones cortas: NO			Posiciones cortas: NO			
Medida Riesgo: DESVIACIÓN			Medida Riesgo: VaR			
ant/post	mayor	menor	ant/post	mayor	menor	
Mayor	35	30	mayor	40	45	
Menor	13	18	menor	8	3	

Nota: se han estimado para todas las posibles carteras de mercado, es decir, bajo la hipótesis de comportamiento gaussiano y no gaussiano, y además con y sin posiciones cortas, por tanto 4 posibles carteras. Para la medición del rendimiento por unidad de riesgo se han empleado dos medidas: rendimiento esperado sobre desviación (comportamiento gaussiano) y sobre VaR (no-gaussiano). La interpretación de estas tablas sería:

- Por filas se indica el número de momentos temporales (total 96) en que la cartera óptima presenta a priori (“ant”) más o menos rendimiento por unidad de riesgo (“mayor” y “menor”).
- Por columnas se indica el resultado a posteri (“post”).

De este modo, la diagonal principal indicaría el número de aciertos, tanto si a priori como a posteriori la remuneración por unidad de riesgo de la cartera óptima era mayor que la del IBEX-35, como si era menor.

Por el contrario la diagonal complementaria mostraría los errores. Por un lado el error tipo-I, cuando a priori la rentabilidad de la cartera era mayor, pero a posteriori fue mayor la del IBEX-35; y por otro, el error tipo-2, cuando a priori era mayor la rentabilidad del IBEX-35, pero a posteriori fue mayor la de la cartera construida.

Fuente: elaboración propia.

se mantiene dicho exceso de rendimiento. Es destacable además, que las carteras óptimas en el supuesto de comportamiento no gaussiano muestran mejores resultados frente al IBEX-35, tanto *ex ante* como *ex post*, que bajo el supuesto de comportamiento gaussiano.

A partir de la tabla de contingencia podemos estimar los test de *backtesting* condicionales

e incondicionales propuestos. En el cuadro 5 pueden observarse los resultados.

Como puede comprobarse únicamente en los casos de comportamiento no gaussiano, las carteras óptimas superan los test, tanto en frecuencia mensual como trimestral. Adicionalmente, presentan un menor nivel de excesos.

**Cuadro 5. Test de backtesting**

Test	Comportamiento	Posiciones cortas	Riesgo	Mensual		Trimestral	
				Esperado	Real	Esperado	Real
Incondicional	Gaussiano	Si	desviación	75	41	52	39
Incondicional	Gaussiano	No	desviación	77	42	57	35
Incondicional	No Gaussiano	Si	VaR	38	42	40	41
Incondicional	No Gaussiano	No	VaR	40	46	42	40
Test	Comportamiento	Posiciones cortas	Riesgo	Mensual		Trimestral	
				test	p-valor	test	p-valor
Kupiec	Gaussiano	Si	desviación	11.4107	0.0007	6.4681	0.0110
Kupiec	Gaussiano	No	desviación	7.8155	0.0052	5.0629	0.0244
Kupiec	No Gaussiano	Si	VaR	2.3042	0.1290	0.4727	0.4918
Kupiec	No Gaussiano	No	VaR	0.1346	0.7137	3.7058	0.0542
Test	Comportamiento	Posiciones cortas	Riesgo	Mensual		Trimestral	
				test	p-valor	test	p-valor
Condicional	Gaussiano	Si	desviación	22.4163	0.0000	15.8653	0.0004
Condicional	Gaussiano	No	desviación	19.7288	0.0001	9.9505	0.0069
Condicional	No Gaussiano	Si	VaR	4.0209	0.1339	2.0960	0.3506
Condicional	No Gaussiano	No	VaR	2.3542	0.3082	5.0294	0.0809
Test	Comportamiento	Posiciones cortas	Riesgo	Mensual		Trimestral	
				Exceso 1	Exceso 2	Exceso 1	Exceso 2
Función pérdidas	Gaussiano	Si	desviación	0.4494	0.0417	0.2376	0.4335
Función pérdidas	Gaussiano	No	desviación	0.4291	0.2606	0.3137	0.2090
Función pérdidas	No Gaussiano	Si	VaR	0.1779	0.0107	0.1801	0.0849
Función pérdidas	No Gaussiano	No	VaR	0.1675	0.1883	0.1801	0.1487

Nota: el test incondicional muestra para un nivel de confianza del 5% el número de sucesos (rendimiento/riesgo *ex ante* y *ex post* es mayor para la cartera óptima que para el IBEX-35) que tendrían que darse (esperado) frente al que se observó (real). Tanto en el test de Kupiec como en el Condicional, la hipótesis nula es que la cartera óptima no supera al IBEX-35, de manera que para rechazar la hipótesis el p-valor debería ser al menos superior al 5%.

Fuente: elaboración propia.

A continuación, en el cuadro 6 presentamos un resumen (la mediana de los pesos) de los resultados de la optimización tanto para la frecuencia mensual como trimestral. Una

estadística de los pesos o ponderaciones de los diferentes activos en cada una de las carteras óptimas puede verse en el Anexo en los cuadros 3A y 4A.

**Cuadro 6. Resumen resultado de los pesos de las carteras óptimas**

Activos	Frecuencia Mensual (%)				Frecuencia Trimestral(%)			
	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss (+)	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss (+)
ABE	-6.20	0.11	2.76	2.48	-1.77	0.07	2.78	2.53
ABG	0.00	3.82	0.00	0.16	0.00	1.38	0.45	0.09
ACS	1.06	10.56	0.90	0.27	1.06	8.41	1.10	0.55
ACX	-0.07	0.08	2.93	1.59	0.13	0.07	2.92	1.55
ANA	-0.60	0.12	0.82	0.37	1.63	0.08	0.90	0.40
BBVA	-1.05	17.27	4.25	2.87	3.35	11.65	4.16	3.53
BKT	1.32	0.16	2.95	2.19	2.41	13.72	2.96	2.15
BME	0.00	1.74	2.86	2.56	1.10	0.02	2.75	2.49
BTO	0.00	3.05	3.09	0.52	1.14	0.02	3.01	0.88
CIN	0.00	0.58	3.37	0.03	0.00	0.01	3.29	0.07
ELE	0.53	15.78	2.74	1.37	2.41	0.01	2.70	1.68
ENG	1.19	0.14	2.02	1.58	0.18	7.95	2.16	1.70
FCC	-1.50	0.07	1.60	0.61	2.42	0.07	1.58	0.43
FER	1.61	0.08	4.46	3.14	2.32	0.05	4.42	3.18
GAM	-0.30	10.87	1.54	0.51	0.90	8.56	1.67	0.54
GAS	0.15	0.08	3.36	1.99	1.70	0.06	3.28	2.23
GRF	0.82	4.65	0.53	0.25	0.00	0.02	1.27	0.70
IBE	2.21	0.12	2.38	0.73	-1.41	0.06	2.52	0.79
IBLA	1.34	32.40	0.93	0.22	1.51	9.17	1.22	0.11
IDR	1.97	0.12	2.84	0.94	1.89	0.09	2.84	1.12
ITX	3.93	0.12	3.70	2.01	2.10	0.08	3.51	2.24
MAP	0.00	9.85	2.83	1.32	0.23	0.08	2.81	1.67
OHL	0.00	2.44	0.00	0.68	0.00	3.57	0.00	0.75
POP	0.03	0.10	4.10	1.83	3.64	10.73	3.92	2.00
REE	2.61	9.09	0.84	0.50	1.67	8.91	1.07	0.60

Continúa

Activos	Frecuencia Mensual (%)				Frecuencia Trimestral(%)			
	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss (+)	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss (+)
REP	0.12	0.08	3.85	2.98	3.75	9.38	3.77	3.03
SAB	-0.23	0.08	3.28	1.86	2.84	0.09	3.27	1.93
SAN	0.59	0.12	3.48	2.72	3.63	16.64	3.46	2.71
SYV	4.19	8.30	-0.42	0.30	0.06	5.01	-0.34	0.24
TEF	3.05	0.08	3.42	2.93	3.51	11.96	3.31	3.01
TL5	1.63	0.10	3.78	2.16	2.87	10.81	3.80	2.45
TRE	0.00	2.59	0.87	0.53	0.12	2.49	0.91	0.23
UNF	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00

Fuente: elaboración propia.

Se observa que en muchos casos los pesos de algunos activos en las carteras óptimas tienen como mediana valores nulos, esto es más frecuente en el caso de comportamiento gaussiano. Ello implicaría que no son necesarios 35 valores para obtener una cartera óptima *a priori*. Adicionalmente, esto queda refrendado por el hecho de que el promedio de los determinantes de las matrices de covarianzas es 7.96e-80 y 8.98e-62, para los rendimientos mensuales y trimestrales respectivamente, de manera que mostraría una alta colinealidad entre los rendimientos de los activos, con el

coniguiente problema para la optimización por procedimientos estándares.

En el cuadro 7 mostramos la mediana de las betas de los activos que participan en las carteras óptimas con respecto dichas carteras y al IBEX-35. Un resumen estadístico de dichas betas puede verse en el Anexo en los cuadros 5A y 6A.

Y en función de dichas betas, en el cuadro 8, mostramos el rendimiento del activo libre de riesgo ( $\gamma_0$ ) y las primas de riesgo de mercado obtenidas ( $\gamma_1$ ).

**Cuadro 7. Resumen de las betas de los activos respecto a las carteras óptimas y el IBEX-35**

Activos	Frecuencia Mensual					Frecuencia Trimestral				
	IBEX-35	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss(+)	Ibex-35	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss(+)
ABE	0.785	-0.004	0.185	0.835	0.831	0.746	0.062	0.162	0.815	0.801
ABG	1.248	0	0.581	1.458	1.452	1.292	0	0.158	1.486	1.453
ACS	0.745	0.232	0.361	0.79	0.787	0.724	0.226	0.413	0.735	0.673
ACX	0.874	0.018	0.428	0.905	0.905	0.912	0.152	0.361	1.041	1.046
ANA	1.16	0.068	0.303	1.227	1.212	1.051	0.169	0.394	1.063	1.044

Continúa

Activos	Frecuencia Mensual					Frecuencia Trimestral				
	IBEX-35	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss(+)	Ibex-35	Gauss	Gauss(+)	No Gauss	No Gauss(+)
BBVA	1.447	-0.089	0.547	1.345	1.275	1.296	0.346	0.532	1.232	1.164
BKT	0.89	0.034	0.333	0.902	0.796	0.945	0.184	0.323	0.936	0.591
BME	0.7	0	0.021	0.78	0.789	0.766	0	0	0.806	0.8
BTO	0.556	0	0.211	0.633	0.277	0.67	0.022	0.224	0.787	0.491
CIN	0.102	0	0.001	0.089	0.053	0.154	0	0.026	0.023	0.008
ELE	0.86	0.188	0.425	0.989	0.89	1.067	0.401	0.419	0.982	0.84
ENG	0.724	0.179	0.324	0.767	0.764	0.571	0.301	0.27	0.625	0.563
FCC	0.867	0.038	0.338	0.951	0.95	1.027	0.21	0.454	1.109	1.109
FER	0.989	0.077	0.455	1.147	1.164	1.024	0.108	0.269	1.07	1.064
GAM	1.171	0.039	0.515	1.474	1.591	1.233	0.268	0.564	1.296	1.269
GAS	0.725	0.079	0.341	0.872	0.841	0.813	0.2	0.299	0.869	0.85
GRF	0.387	0.018	0.097	0.523	0.531	0.43	0	0.099	0.582	0.58
IBE	0.953	0.126	0.333	0.915	0.902	0.786	0.185	0.257	0.774	0.765
IBLA	0.981	0.035	0.353	1.055	0.681	0.869	0.213	0.372	1.058	0.732
IDR	0.648	0.131	0.402	0.685	0.571	0.622	0.211	0.236	0.623	0.53
ITX	0.629	0.151	0.258	0.65	0.648	0.593	0.156	0.293	0.598	0.547
MAP	1.089	-0.069	0.513	1.085	0.994	0.996	0.076	0.44	0.944	0.896
OHL	1.455	0	0.534	1.901	1.901	1.591	0	0	1.967	1.987
POP	0.795	0.039	0.269	0.975	0.979	0.769	0.134	0.344	0.791	0.849
REE	0.604	0.092	0.245	0.62	0.628	0.528	0.105	0.215	0.551	0.522
REP	0.93	0.019	0.359	0.945	0.927	0.885	0.167	0.285	0.849	0.815
SAB	0.759	0.092	0.274	0.803	0.804	0.732	0.208	0.304	0.724	0.726
SAN	1.436	-0.013	0.56	1.346	1.275	1.421	0.462	0.66	1.351	1.295
SYV	1.702	0.135	0.873	1.911	1.956	2.053	0.237	0.684	2.082	2.091
TEF	0.808	0.133	0.412	0.807	0.67	0.85	0.247	0.262	0.711	0.635
TL5	0.835	0.226	0.418	1.163	1.232	0.762	0.153	0.232	0.868	0.863
TRE	0.762	0.031	0.434	0.822	0.817	0.808	0.013	0.362	0.918	0.913
UNF	0.516	0	0.071	0.222	0.027	0.259	0	0.006	0.153	0.126

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 8. Primas de riesgo estimadas para las carteras óptimas**

Rendimiento mensual			
Carteras	Estadísticos	$\gamma_0$	$\gamma_1$
IBEX-35	máximo	0.0038	0.0188
	mediana	0.0017	0.0046
	mínimo	0.0003	-0.0112
Gauss	máximo	0.0036	0.6614
	mediana	0.0017	0.0125
	mínimo	0.0003	0.0106
Gauss (+)	máximo	0.0036	0.0607
	mediana	0.0017	0.0153
	mínimo	0.0003	0.0056
No Gauss	máximo	0.0036	0.0039
	mediana	0.0017	0.0025
	mínimo	0.0003	0.0007
No Gauss (+)	máximo	0.0036	0.0080
	mediana	0.0017	0.0032
	mínimo	0.0003	0.0006
Rendimiento trimestral			
Carteras	Estadísticos	$\gamma_0$	$\gamma_1$
IBEX-35	máximo	0.0035	0.0500
	mediana	0.0015	0.0106
	mínimo	0.0002	-0.0335
Gauss	máximo	0.0145	0.6007
	mediana	0.0409	0.3674
	mínimo	0.0007	0.0197
Gauss (+)	máximo	0.0043	0.1966
	mediana	0.0014	0.0296
	mínimo	0.0000	0.0057
No Gauss	máximo	0.0032	0.0148
	mediana	0.0015	0.0081
	mínimo	0.0002	0.0027
No Gauss (+)	máximo	0.0032	0.0196
	mediana	0.0016	0.0095
	mínimo	0.0002	0.0022

Nota: Las primas de riesgo fueron estimadas en cada instante  $t$  (sección cruzada) sobre la siguiente expresión:

$$\forall i = 1, \dots, N$$

$$E(R_i) = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + u_i$$

Fuente: elaboración propia.

Un resultado relevante es que únicamente si empleamos como cartera de mercado el IBEX-35 obtenemos en algunos casos primas de riesgo de mercado ( $\gamma_j$ ) negativas, lo que resulta incongruente. Adicionalmente, se observa que la restricción sobre las posiciones cortas para construir la cartera de mercado, conlleva mayores primas de riesgo con respecto a las carteras óptimas que admiten dichas posiciones.

#### 4. Conclusiones

En la implementación de la Teoría de Valoración de Activos a través de la gestión de carteras es habitual emplear el índice de mercado como proxy de la cartera eficiente. Adicionalmente, la crítica de Roll (1977) indica que para considerar una combinación de activos como cartera de mercado es preciso que tanto *a priori* como *a posteriori* sea la que mayor rendimiento por unidad de riesgo ofrezca.

A raíz de esto, surgen trabajos en la literatura financiera que tiene por objeto comprobar si es posible “batir” el índice de mercado. Pero este objetivo no permite contrastar *a priori* al menos, si el índice del mercado es más eficiente en términos de rendimiento esperado por unidad de riesgo que otras carteras construidas con los mismos activos pero con otras ponderaciones.

Por ello, este trabajo pretende contrastar si es posible construir carteras más eficientes que el índice del mercado (IBEX-35) considerando exclusivamente los mismos activos que componen en cada momento el índice. Este análisis empírico se realiza bajo dos hi-

pótesis de comportamiento de los rendimientos de los activos: gaussiano y no gaussiano.

Los datos analizados corresponden al período comprendido entre enero-2000 hasta marzo-2013, en términos mensuales y trimestrales. Se emplean, como suele ser habitual en los trabajos empíricos, cinco años de datos para la estimación de los momentos, de manera que el período de contrastación va de enero-2005 hasta marzo-2013, con un total de 96 escenarios.

Un importante aporte del trabajo es que los resultados son analizados a través de pruebas de *backtesting*, de manera que no sólo se consideran los éxitos, sino también los errores de tipo-I y II. Otro aporte es el uso de un método de optimización diferente a los habituales (*simulating annealing*).

Los resultados obtenidos muestran los siguientes hechos relevantes para ambas frecuencias analizadas:

- En más del 90% de los casos las carteras obtenidas fueron *a priori* más eficientes que el IBEX-35.
- En torno al 50% de los casos las carteras que resultaron *a priori* más eficientes que el IBEX-35, también lo fueron *a posteriori*.
- En todos los casos las carteras óptimas estaban compuestas por un menor número de activos que el índice (menos de 35 valores); esta sobredimensión del índice se pone de manifiesto también mediante la colinealidad entre activos (el determinante de la matriz de covarianzas es nulo), y por tanto, conlleva problemas para la

aplicación de técnicas estándar de optimización.

- En un entorno gaussiano ninguna de las carteras, incluyendo el índice, superó los test para considerarla como cartera de mercado.
- Las pruebas de *backtesting* son superadas únicamente por las carteras de entorno no gaussiano.
- Mientras que la prima de riesgo de mercado resultó positiva en todos los casos para las carteras óptimas, en el caso del IBEX-35 se observan valores negativos, lo que resulta incongruente con la teoría financiera. Además, la prima de riesgo fue mayor para las carteras que no admiten posiciones cortas.

En resumen, el IBEX-35 está sobredimensionado y es ineficiente, ya que podemos encontrar carteras bajo un entorno no gaussiano con mayor rendimiento esperado por unidad de riesgo. Como consecuencia, no resulta adecuado emplear este índice como cartera de mercado para el análisis y valoración de activos, por lo tanto la administración y gestión de carteras que considere activos en España debería:

- En primer lugar, evaluar si el comportamiento de los activos y de las carteras se ajusta a una distribución normal, ya que de lo contrario, el problema no puede plantearse en términos de media-varianza.
- Seguidamente, analizar qué activos deben ser incluidos para la estimación de la cartera de mercado. Resulta evidente que los 35 valores conllevan una sobredimensión

del problema y un coste computacional y de recursos innecesario.

- Efectuar un seguimiento de la cartera óptima con metodologías como las propuestas aquí, que consideran los errores tipos I y II, de lo contrario podrían tomarse decisiones erróneas.
- Finalmente, señalar que a pesar de que el IBEX-35 es un índice de capitalización, la inclusión de la variable tamaño (volumen) no garantiza que un índice por construcción se aproxime a la cartera óptima de mercado.

## Referencias

- Arcos, M.; Benavides, J. and Berggrun, L. (2010). Optimal portfolio allocation for Latin American stock indices. *Cuadernos de Administración*, 23 (40), 191-214.
- Brown, P. and Walter, T. (2013). The CAPM: Theoretical validity, empirical intractability and practical applications. *Abacus*, 49, 44-50.
- Campbell, J. (2014). Empirical asset pricing: Eugene Fama, Lars Peter Hansen, and Robert Shiller. *The Scandinavian Journal of Economics*, 116 (3), 1-12.
- Cantillo, A. (2013). *Survey of Literature on Portfolio Theory*. MPRA Paper 49772. Recuperado de: <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/49772>
- Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39, 841-862.
- DeMiguel, V., Garlappi, L. and Uppal (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *The Review of Financial Studies*, 22 (5), 1915-1953.
- Ferruz, L. y Sarto, J. L. (1993). Medida de la eficacia de la gestión de los planes de pensiones en

- España, 1989-1991. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 74, 105-131.
- Gómez-Bezares, F.; Ferruz, L. and Vargas, M. (2012). Can we beat the market with beta? An intuitive test of the CAPM. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 155, 333-352.
- Gómez-Bezares, F.; Madariaga, J. A. y Santibáñez, J. (1996). Modelos de valoración y eficiencia: ¿bate el CAPM al mercado? *Análisis Financiero*, 68, 72-96.
- Gómez-Sala, J. C. y Marhuenda, J. (1998). La anomalía del tamaño en el mercado de capitales español. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 97, 1033-1059.
- Jondeau, E. and Rockinger, M. (2006). Optimal portfolio allocation under higher moments. *European Financial Management*, 12 (1), 29-55.
- Jordán, L. y García, J. (2002). Contraste del modelo CAPM en los fondos de inversión mobiliaria españoles. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 114, 1041-1071.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk management models. *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
- Levy, M. and Roll, R. (2010). The market portfolio may be mean-variance efficient after all. *The Review of Financial Studies*, 23 (6), 2464-2491.
- Lewellen, J., Nagel, S. and Shanken, J. (2010). A skeptical appraisal of asset pricing tests. *Journal of Financial Economics*, 96, 175-194.
- Lopez, J. A. (1999). Regulatory evaluation of Value-at-Risk models. *Journal of Risk*, 1, 37-64.
- Marín, J. M. y Rubio, G. (2001). *Economía Financiera*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Méndez, S. y Álvarez, S. (2000). La rentabilidad y persistencia de los resultados de los fondos de inversión españoles de renta variable. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 103, 15-36.
- Nieto, B. y Rubio, G. (2002). El modelo de valoración con cartera de mercado: una nueva especificación del coeficiente beta. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 113, 697-723.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests. Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4, 129-176.
- Rubio, G. (1986). La crítica de Roll y la solución de Shanken: una aplicación al caso español. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 50, 379-393.
- Shanken, J. (1996). Statistical methods in tests of portfolio efficiency: A synthesis. *Handbook of Statistics*, 14, Amsterdam: Elsevier Sciences.
- Schlegel, A. (2014). *Efficient Equity Indices A Literature Review*. Institute of Financial Services Zug IFZ, Working Paper 0021/2014, Lucerne University of Applied Sciences and Arts.
- Torre, O. de la (2013). No todo es lo que parece: El índice IBEX35 como aproximación de la cartera de mercado bursátil español. *Análisis Financiero*, 121, 64-76.
- Villalba, D. (1998). Un modelo de selección de cartera con escenarios y función de riesgo asimétrica. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 96, 613-637.

Cuadro 1A. Estadística de los rendimientos mensuales

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
IBEX-35	0.1662	-0.1703	-0.0001	0.0613	-0.1285	0.6587	2.7984	1.7697	0.5599	2.2338	-5.3251
A3TV	0.3800	-0.7538	-0.0044	0.1361	-1.1156	7.7156	275.5 [**]	4.3034	0.7589	0.0932	-4.4364
ABE	0.1615	-0.2634	0.0086	0.0601	-0.6166	2.2443	39.861 [**]	0.3508	0.5694	0.1496	-5.5110
ABG	0.3318	-0.2813	0.0103	0.1159	0.2545	0.2617	1.9794	0.2070	1.0566	2.8026	-5.9871
ACS	0.3272	-0.2783	0.0100	0.0789	0.1862	3.2188	63.353 [**]	0.3362	2.8009	6.2582 [**]	-5.5420
ACX	0.3280	-0.2155	0.0030	0.0855	0.4686	1.3814	16.805 [**]	0.3634	10.4419 [**]	0.4361	-5.9591
AGS	0.3826	-0.2708	0.0097	0.0866	0.6958	4.6438	295.66 [**]	0.0486	0.7397	10.808 [**]	-5.0165
ALT	0.2538	-0.1073	0.0178	0.0633	1.1498	2.7937	356 [**]	4.4036	7.32197 [**]	4.631 [*]	-6.3113
AMS	0.1331	-0.1334	0.0179	0.0592	-0.3160	0.1938	0.5332	0.6179	1.4980	0.5528	-2.8988
ANA	0.2544	-0.3062	0.0036	0.0865	-0.4234	1.5476	18.69 [*]	16.6965 [**]	6.3317	5.293 [**]	-5.2917
BBVA	0.3552	-0.2448	0.0001	0.0908	0.3825	2.2278	33.375 [**]	2.4119	0.7474	1.9225	-5.7031
BKIA	0.7870	-0.5978	-0.0995	0.2976	1.1051	3.4369	8.0737 [*]	0.8729	4.4382	0.2834	-2.9353
BKT	0.4020	-0.2657	-0.0021	0.1020	0.3813	1.3697	14.695 [*]	0.4199	2.2591	0.7644	-6.2945
BME	0.2234	-0.2082	-0.0003	0.0850	-0.0603	0.1262	31.946 [*]	13.8407 [**]	1.5518	0.9982	-3.1263
BTO	0.3140	-0.2439	-0.0051	0.0818	0.1978	2.2769	3.3377	4.3471	1.4235	3.1802	-5.4630
CABK	0.2925	-0.2522	-0.0051	0.1004	0.1469	1.2580	7.173 [**]	7.78372 [*]	2.0118	0.1224	-3.7275
CIN	0.3009	-0.2801	0.0110	0.0996	0.1290	1.4082	13.028 [*]	4.8491	3.2668	2.0845	-4.2772
COL	0.5929	-0.4474	-0.0127	0.1626	0.2643	1.4954	67.959 [**]	1.2962	1.6366	0.4982	-2.9545
CRI	0.1728	-0.2522	-0.0036	0.0828	-0.8691	1.6546	0.1837	8.76386 [*]	5.11758 [*]	0.3339	-2.9424

Continúa

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
DIA	0.1318	-0.0981	0.0320	0.0536	-0.2062	0.7307	10.65 [*]	10.17 **	9.1737	0.0663	-2.9614
EBRO	0.2229	-0.1426	0.0060	0.0556	0.4561	0.9631	36.241 **	2.0238	1.2504	0.8443	-4.7491
ELE	0.2429	-0.3568	0.0031	0.0841	-0.2823	2.3914	6.9809 [*]	4.0136	0.0200	3.823 [*]	-4.8933
ENG	0.2399	-0.1638	0.0101	0.0629	0.1693	1.1808	666.2 [*]	0.2178	1.8838	1.3243	-5.4725
FAD	0.3920	-0.1979	0.0182	0.1052	1.3086	2.9479	1.2850	0.6477	0.8326	0.0798	-3.6049
FCC	0.2287	-0.2296	-0.0012	0.0833	-0.2110	0.1865	7.173 [*]	7.66468 [*]	6.6811	5.6263	-5.2124
FER	0.3009	-0.2801	0.0110	0.0996	0.1290	1.4082	43.587 [*]	1.6697	6.94899 [*]	2.0845	4.2772
GAM	0.4897	-0.4692	0.0002	0.1193	-0.0685	2.7786	3.4914	3.5325	3.1619	0.0940	-4.1180
GAS	0.1820	-0.2408	0.0017	0.0709	-0.2239	0.6353	0.5668	2.0564	27.089 **	5.3272	-4.9129
GRF	0.2676	-0.2353	0.0269	0.1012	-0.0721	-0.3293	1.4920	3.5310	0.3028	0.3871	-2.8813
IAG	0.2241	-0.2693	0.0060	0.1085	-0.6109	0.5572	6.3813 [*]	6.4537 [*]	12.4153 **	0.4524	-2.9145
IBE	0.2181	-0.2115	0.0043	0.0709	-0.0079	1.0552	39.115 [*]	1.0253	1.3522	4.482 [*]	-5.1024
IBLA	0.4113	-0.2995	0.0166	0.1152	0.2607	1.5823	47.152 [*]	0.3222	0.0041	3.1389 [*]	-5.3039
IBR	0.1747	-0.2981	-0.0102	0.0965	-0.8865	1.7142	213.42 [*]	0.0936	1.1699	3.6043 [*]	-3.9779
IDR	0.4396	-0.2411	0.0027	0.0807	0.8869	5.6302	21.36 [*]	4.4574	1.5582	7.2687 **	-5.3780
ITX	0.2201	-0.2058	0.0146	0.0657	-0.4037	1.8297	309.1 [*]	18.6116 [*]	0.7244	0.8282	-5.3911
LOR	0.3724	-0.1884	0.0227	0.0934	0.7475	2.2474	17.547 [*]	1.0366	3.1139	0.8962	-4.4656
MAP	0.3151	-0.2826	0.0098	0.0899	0.2302	1.6573	11.01 [*]	1.4192	2.1894	0.7784	-6.3285
MTS	0.2806	-0.4283	-0.0032	0.1237	-0.5161	1.6867	19043 [*]	0.7928	14.4768 [*]	5.8957 [*]	-3.8968
MVC	2.2985	-0.5676	0.0145	0.2389	5.9314	54.2217	482.73 [*]	2.8897	1.2247	96.9380	-3.5571
NHH	0.8000	-0.3038	0.0006	0.1300	1.3095	8.4639	45.447 [*]	0.2756	76.6084 [*]	0.3792	-4.6445

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
OHL	0.5192	-0.3511	0.0173	0.1117	0.4948	2.5556	48.158 [*]	0.4428	7.60648 [*]	4.093 [*]	-5.0322
POP	0.3187	-0.3250	-0.0068	0.0892	-0.1364	2.8172	17.905 [*]	1.6651	7.55578 [*]	12.048 [**]	-5.5109
PRS	0.5635	-0.3762	-0.0194	0.1445	0.2320	1.7059	13841 [*]	1.4267	2.7419	5.1808 [**]	-5.4009
REE	0.8783	-0.1457	0.0157	0.0931	5.0310	46.2442	24.511 [*]	8.85475 [*]	6.59801 [*]	0.4744	-6.9363
REP	0.1912	-0.2900	0.0014	0.0716	-0.6180	1.5786	167.54 [*]	0.6579	6.453 [*]	0.7540	-5.6026
SAB	0.4839	-0.2595	-0.0022	0.0912	1.0477	5.0987	31.784 [*]	2.8850	26.9921 [**]	1.4835	-5.8031
SAN	0.4008	-0.2408	0.0005	0.0913	0.2085	2.2989	202.85 [*]	0.3322	6.54714 [*]	7.4351 [**]	-5.7609
SGC	0.5518	-0.4034	0.0036	0.1420	0.4778	2.5434	16.422 [*]	0.1662	1.5819	40.265 [**]	-5.0449
SYV	0.4731	-0.4025	0.0017	0.1347	0.3996	1.4499	14.963 [*]	6.22979 [*]	5.6648	3.7473 [*]	-5.1637
TEF	0.2706	-0.2498	-0.0015	0.0752	-0.0868	1.5852	192.02 [*]	11.7695 [**]	20.3833 [*]	2.7381	-6.0616
TEM	0.2266	-0.1841	0.0044	0.0750	0.1394	1.0791	14.478 [*]	0.0936	14.8301 [**]	13.061 [**]	-6.1851
TL5	0.3735	-0.2587	-0.0006	0.1083	0.4096	1.7698	689.37 [*]	4.4574	9.58691 [*]	0.7250	-3.2096
TPI	0.5526	-0.3593	0.0009	0.1261	0.8752	4.4453	11.337 [*]	2.2825	2.2259	6.0115 [**]	-6.0717
TRE	0.2146	-0.3398	0.0141	0.0993	-0.7498	1.2409	3121.6 [*]	0.1779	0.1458	4.5611 [*]	-3.8599
UNF	0.4003	-0.6056	0.0085	0.0972	-1.7581	15.8932	10.562 [*]	0.6351	4.3164	0.0690	-6.4462
VIS	0.2769	-0.2221	0.0143	0.0763	0.1417	1.3141	0.0533	11.9161 [*]	17.0682 [**]	7.3643 [**]	-6.2182

Nota: *Curtosis* es el exceso de curtosis, *Bera-Jarque* es un test de normalidad de la serie donde la hipótesis nula es normalidad, de modo que [\*\*] rechaza la hipótesis al 1% y [\*] al 5%. *Q(2)* y *Q(2) on square* son test Ljung-Box con 2 retardos son la autocorrelación de los rendimientos y los rendimientos al cuadrado, en el primer caso la hipótesis nula es que no existe autocorrelación y en el segundo que no existe segundo momento condicional. *LM ARCH* es un test de heterocedasticidad con hipótesis nula ausencia de heterocedasticidad. *ADF test* es un test de raíces unitarias donde la hipótesis nula es que los rendimientos son estacionarios, este test se ha ejecutado con constante y un número de retardos en función del criterio AIC.

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 2A. Estadística de los rendimientos trimestrales

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
IBEX-35	0.2011	-0.2336	-0.0005	0.0933	-0.4620	0.4413	1.9223	3.6524	4.4334	0.5259	-3.3388
A3TV	0.6667	-0.7362	-0.0128	0.2532	0.2351	1.6798	2.9323	1.0555	1.8671	0.4267	-3.5242
ABE	0.3082	-0.3285	0.0248	0.0991	-0.5126	2.7781	14.6770	0.0197	0.1214	0.5257	-3.9675
ABG	0.6270	-0.3157	0.0309	0.2043	0.4656	0.1675	1.7743	0.9979	0.5626	1.0497	-3.8598
ACS	0.6683	-0.4126	0.0324	0.1587	0.9145	4.6047	42.556 [*]	0.8225	1.3922	0.5565	-3.5837
ACX	0.2566	-0.2678	0.0067	0.1249	-0.3664	-0.3933	1.5747	1.2940	1.0827	0.0608	-3.3882
AGS	0.4393	-0.2779	0.0275	0.1362	0.2226	1.7622	3.7186	3.0182	0.6853	0.3162	-3.1780
ALT	0.2535	-0.1513	0.0538	0.0987	0.0272	-0.2684	0.2278	2.1918	0.5409	0.0071	-4.9101
AMS	0.1786	-0.0770	0.0432	0.0852	0.1611	-1.3947	0.8541	0.2355	4.3463	0.8065	-3.0833
ANA	0.3339	-0.4563	0.0179	0.1544	-0.3678	0.8358	2.0046	0.0562	1.7332	2.0937	-3.9466
BBVA	0.3913	-0.2543	-0.0026	0.1252	0.1800	0.7367	0.9311	1.3825	2.1870	0.6539	-3.7294
BKIA	0.4536	-0.6922	-0.1870	0.4135	0.3779	-0.1673	0.2852	0.1766	0.9504	0.0169	-2.9011
BKT	0.3715	-0.3809	-0.0082	0.1576	0.1598	0.1895	0.2852	0.3621	0.9438	0.0169	-4.2692
BME	0.2522	-0.2508	-0.0001	0.1364	0.0545	-0.5965	0.2162	0.3250	1.2128	2.7450	-3.2793
BTO	0.3483	-0.3304	-0.0120	0.1426	-0.0925	0.3555	0.5575	1.5834	1.7156	0.8882	-3.5578
CABK	0.2686	-0.3222	-0.0151	0.1502	-0.3814	-0.1467	0.1646	0.1367	4.2806	9.1356 [**]	-3.1112
CIN	0.3822	-0.4106	0.0296	0.1542	-0.4809	1.4281	0.5684	1.5700	2.0897	1.1046	-3.9936
COL	0.9378	-0.6136	-0.0106	0.3348	0.6538	0.4368	2.6571	2.0235	1.1965	6.055 [*]	-3.5956
CRI	0.1842	-0.2759	-0.0116	0.1382	-0.6296	-0.2302	3.1973	0.4012	3.0438	1.7553	-3.1325
DIA	0.1657	0.0252	0.1086	0.0544	-0.5760	-0.6825	0.7844	4.7787	0.2502	0.5432	-3.2827

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
EBRO	0.2367	-0.1804	0.0183	0.1049	-0.0478	-0.9053	0.4746	3.2720	1.2012	34.0160	-3.8533
ELE	0.2982	-0.3318	0.0079	0.1281	-0.1565	0.7299	1.9080	1.5033	3.9530	0.8865	-3.4438
ENG	0.2556	-0.1477	0.0305	0.0927	0.0066	-0.4174	0.8517	3.5693	0.1132	0.1912	-3.2737
FAD	0.4662	-0.2345	0.0691	0.2042	0.6373	-0.3051	0.4534	0.2425	1.1804	1.8287	-3.1567
FCC	0.4281	-0.3577	0.0043	0.1602	-0.0689	0.4367	0.9644	3.5693	0.9993	1.1169	-3.4747
FER	0.3822	-0.4106	0.0296	0.1542	-0.4809	1.4281	0.2119	0.2425	0.1932	1.9836	-3.9936
GAM	0.2858	-0.5844	-0.0039	0.2032	-0.7360	0.0914	2.6571	1.3529	0.6209	6.055 [**]	-3.0663
GAS	0.2315	-0.2462	0.0054	0.1171	-0.2569	-0.1318	4.3863	6.21329 [*]	6.96643 [*]	0.2443	-3.3362
GRF	0.4329	-0.1961	0.0698	0.1772	0.4719	-0.7427	0.6567	4.0815	3.0799	1.8887	-2.9537
IAG	0.2314	-0.2904	-0.0118	0.1529	-0.3331	1.2560	1.6005	2.1504	2.4212	0.0480	-2.9970
IBE	0.3525	-0.3573	0.0146	0.1220	-0.1394	1.6092	0.0966	4.6287	0.9831	0.3403	-3.5661
IBLA	0.5919	-0.3486	0.0499	0.2016	0.2306	0.3755	4.0803	14.9872 [**]	0.0062	0.3926	-3.8077
IBR	0.3417	-0.4437	-0.0268	0.1757	-0.2708	2.6049	0.3713	0.3532	0.0123	2.5521	-5.6712
IDR	0.3545	-0.2213	0.0065	0.1221	0.5322	0.2443	1.2196	2.0991	1.4012	0.9550	-4.0497
ITX	0.2721	-0.3476	0.0467	0.1227	-1.0658	1.5093	2.3392	0.4254	1.3402	0.5093	-3.3330
LOR	0.4605	-0.1671	0.0781	0.1441	0.6189	1.2239	11.01 [*]	11.4208 [**]	0.0040	0.8609	-3.7914
MAP	0.4417	-0.3207	0.0270	0.1457	0.1559	0.5404	1.6678	20.0652 [**]	3.2517	0.6958	-5.0979
MTS	0.4017	-0.6521	0.0034	0.2196	-0.8185	1.9403	0.5058	3.4749	2.5182	2.5019	-3.0589
MVC	1.9221	-0.5270	0.0354	0.3585	2.8285	14.4730	4.5896	0.9436	0.0016	0.4225	-2.9802
NHH	0.3725	-0.4518	-0.0025	0.1768	-0.3355	0.0727	431.82 [*]	1.8530	4.7760	2.0289	-4.5568
OHL	0.6543	-0.4880	0.0536	0.2119	0.1259	0.6093	0.9244	3.0871	1.5424	0.4943	-3.8601

Continúa

Tickers	MAX	MIN	MEDIA	STD. DEV.	ASIMETRIA	CURTOSIS	BERA-JARQUE	Q(2)	Q(2) on square	LM ARCH	ADF TEST
POP	0.1691	-0.3668	-0.0222	0.1200	-0.8899	1.3428	0.5472	3.2454	5.0733	0.3430	-3.0739
PRS	0.8486	-0.5380	-0.0577	0.2341	0.8741	3.7640	9.1102 [*]	0.4568	0.1439	1.1564	-3.8928
REE	0.7565	-0.2251	0.0458	0.1353	2.7937	14.3996	28.406 [*]	1.7264	2.1493	0.4126	-4.0459
REP	0.2208	-0.3136	0.0047	0.1228	-0.4547	0.1320	426.48 [*]	3.8126	2.6011	0.4333	-3.5707
SAB	0.2570	-0.2666	-0.0051	0.1197	-0.1345	-0.2940	1.6896	0.5491	0.9634	0.5921	-3.0646
SAN	0.3975	-0.3891	0.0021	0.1393	-0.2658	1.1781	0.4285	6.96173 [*]	0.9037	1.3293	-4.3316
SGC	1.0709	-0.4155	0.0033	0.2474	2.7885	11.2175	2.5517	5.0795	2.1588	0.0007	-3.1133
SYV	0.5101	-0.6275	0.0120	0.2354	-0.2316	0.3076	160.73 [*]	0.1113	0.5675	0.5887	-4.0493
TEF	0.3181	-0.2704	-0.0068	0.1096	0.2055	0.8831	0.4976	4.3052	2.9132	0.0570	-3.4532
TEM	0.2527	-0.2799	0.0104	0.1100	-0.4204	1.7112	1.3681	0.6842	2.0786	1.2012	-3.5008
TL5	0.4667	-0.3558	-0.0068	0.1173	0.2658	0.8052	1.6411	1.6160	2.3355	0.5831	-3.3778
TPI	0.2800	-0.3379	-0.0093	0.1457	-0.0793	-0.0903	0.7487	0.4254	1.5795	0.2435	-3.3853
TRE	0.3606	-0.5409	0.0491	0.2086	-0.9251	1.3056	0.1190	11.4208 [*]	0.5175	1.4628	-3.4905
UNF	0.2418	-0.5970	0.0217	0.1542	-2.0869	6.3686	4.0606	2.7374	0.2677	0.6289	-3.8236
VIS	0.4576	-0.2069	0.0398	0.1109	0.7076	2.7951	71.716 [*]	0.5201	0.7513	0.4143	-4.3763

Nota: los rendimientos trimestrales se han construidos “over-lapping” para evitar introducir problemas de autocorrelación y media móvil no existentes en las series originales. De esta forma si  $R$  es rendimiento,  $P$  precio y  $t$  un instante temporal de observación, entonces:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-3}}{P_{t-3}}; R_{t+1} = \frac{P_{t+3} - P_t}{P_t}; R_{t+2} = \frac{P_{t+6} - P_{t+3}}{P_{t+3}}; \dots$$

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 3A.** Pesos de los activos en las carteras óptimas en frecuencia mensual

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	Mínimo	máximo	mediana	Mínimo	máximo	mediana	Mínimo	máximo	mediana	Mínimo
A3TV	0.0528	0.0000	-0.7080	0.0557	0.0000	0.0000	0.1508	0.0000	0.0000	0.6205	0.0000	0.0000
ABE	3.0009	-0.0620	-5.5955	0.0640	0.0011	0.0000	0.0478	0.0276	-0.0297	0.0410	0.0248	0.0000
ABG	3.0836	0.0000	-0.0828	0.8330	0.0382	0.0000	0.0412	0.0000	-0.0585	0.0412	0.0016	0.0000
ACS	10.8160	0.0106	-3.6304	0.4026	0.1056	0.0000	0.0389	0.0090	-0.0569	0.0389	0.0027	0.0000
ACX	1.5308	-0.0007	-2.5416	0.0636	0.0008	0.0000	0.0573	0.0293	0.0146	0.0889	0.0159	0.0000
AGS	0.3593	0.0000	-1.2350	0.0107	0.0000	0.0000	0.0434	0.0000	0.0000	0.0041	0.0000	0.0000
ALT	0.0976	0.0000	-4.7029	0.0730	0.0000	0.0000	0.0435	0.0000	-0.0272	0.0104	0.0000	0.0000
AMS	2.7815	0.0000	0.0000	0.9320	0.0000	0.0000	0.1006	0.0000	0.0000	0.1509	0.0000	0.0000
ANA	2.8993	-0.0060	-0.6652	0.0941	0.0012	0.0000	0.0286	0.0082	-0.0582	0.0306	0.0037	0.0000
BBVA	2.6914	-0.0105	-2.1451	0.3101	0.1727	0.0000	0.1066	0.0425	-0.0026	0.2123	0.0287	0.0000
BKIA	0.9973	0.0000	-0.0021	0.4987	0.0000	0.0000	0.0617	0.0000	0.0000	0.0767	0.0000	0.0000
BKT	1.5191	0.0132	-0.8712	0.1009	0.0016	0.0000	0.0688	0.0295	0.0044	0.0723	0.0219	0.0000
BME	0.2668	0.0000	-4.3678	0.0460	0.0174	0.0000	0.1004	0.0286	0.0000	0.1390	0.0256	0.0000
BTO	1.2685	0.0000	-1.1583	0.0407	0.0305	0.0000	0.0829	0.0309	0.0000	0.1638	0.0052	0.0000
CABK	0.3042	0.0000	-0.0246	0.0000	0.0000	0.0000	0.0498	0.0000	0.0000	0.0357	0.0000	0.0000
CIN	0.4016	0.0000	-4.6026	0.0428	0.0058	0.0000	0.0859	0.0337	0.0000	0.0996	0.0003	0.0000
COL	2.4254	0.0000	-0.0038	0.9562	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1725	0.0024	0.0000	0.0000
CRI	1.3203	0.0000	-15.3982	0.7244	0.0000	0.0000	0.1398	0.0000	0.0000	0.2813	0.0000	0.0000
DIA	0.9714	0.0000	0.0000	0.2349	0.0000	0.0000	0.0939	0.0000	0.0000	0.1395	0.0000	0.0000

Continúa

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo
EBRO	1.9869	0.0000	-0.11708	0.8011	0.0000	0.0528	0.0000	0.0000	0.0570	0.0000	0.0000	0.0000
ELE	1.5426	0.0053	-3.4418	0.2548	0.1578	0.0000	0.0653	0.0274	-0.0095	0.0818	0.0137	0.0000
ENG	1.5298	0.0119	-3.9539	0.0484	0.0014	0.0000	0.0578	0.0202	-0.0174	0.0582	0.0158	0.0000
FAD	2.4486	0.0000	-0.0290	0.0071	0.0000	0.0197	0.0000	-0.0050	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000
FCC	1.0377	-0.0150	-5.2056	0.0192	0.0007	0.0000	0.0540	0.0160	-0.0199	0.0489	0.0061	0.0000
FER	2.2239	0.0161	-0.9637	0.0617	0.0008	0.0000	0.0860	0.0446	0.0245	0.0933	0.0314	0.0000
GAM	1.6994	-0.0030	-1.8954	0.2832	0.1087	0.0000	0.0373	0.0154	-0.0743	0.0301	0.0051	0.0000
GAS	2.4519	0.0015	-3.8032	0.0270	0.0008	0.0000	0.0833	0.0336	0.0055	0.0637	0.0199	0.0000
GRF	5.7142	0.0082	-0.0454	0.1254	0.0465	0.0000	0.1009	0.0053	-0.0247	0.1528	0.0025	0.0000
IAG	0.5791	0.0000	-1.7489	0.1051	0.0000	0.0000	0.0555	0.0000	0.0000	0.0516	0.0000	0.0000
IBE	2.6779	0.0221	-0.9498	0.0527	0.0012	0.0000	0.0354	0.0238	0.0028	0.0312	0.0073	0.0000
IBLA	1.9541	0.0134	-0.7622	0.9187	0.3240	0.0000	0.0582	0.0093	-0.0210	0.0602	0.0022	0.0000
IBR	1.4044	0.0000	-3.6223	0.0787	0.0000	0.0000	0.1396	0.0000	0.0000	0.2989	0.0000	0.0000
IDR	12.4976	0.0197	-1.3614	0.0754	0.0012	0.0000	0.0583	0.0284	0.0001	0.0396	0.0094	0.0000
ITX	5.0385	0.0393	-0.9038	0.0327	0.0012	0.0000	0.0985	0.0370	0.0073	0.1503	0.0201	0.0000
LOR	0.0424	0.0000	-0.0334	0.0333	0.0000	0.0000	0.0462	0.0000	-0.0117	0.0449	0.0000	0.0000
MAP	0.6811	0.0000	-6.8725	0.1861	0.0985	0.0000	0.0554	0.0283	-0.0097	0.0430	0.0132	0.0000
MTS	0.0599	0.0000	-1.7857	0.0000	0.0000	0.0000	0.0430	0.0000	0.0000	0.0418	0.0000	0.0000
MVC	3.2254	0.0000	0.0000	0.1238	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000	-0.1574	0.0079	0.0000	0.0000
NHH	0.9058	0.0000	-0.0221	0.0173	0.0000	0.0000	0.1145	0.0000	0.0000	0.1968	0.0000	0.0000

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo
OHL	4.3267	0.0000	-0.0438	0.7307	0.0244	0.0000	0.0675	0.0000	-0.0299	0.0851	0.0068	0.0000
POP	4.8628	0.0003	-2.1856	0.0292	0.0010	0.0000	0.0932	0.0410	-0.0277	0.1374	0.0183	0.0000
PRS	0.1332	0.0000	-0.7093	0.0453	0.0000	0.0000	0.0796	0.0000	0.0000	0.2880	0.0000	0.0000
REE	10.4548	0.0261	-1.0977	0.4442	0.0909	0.0000	0.0643	0.0084	-0.0419	0.0717	0.0050	0.0000
REP	7.6706	0.0012	-3.0484	0.0356	0.0008	0.0000	0.0855	0.0385	0.0249	0.1135	0.0298	0.0000
SAB	4.6638	-0.0023	-1.5668	0.0180	0.0008	0.0000	0.0544	0.0328	-0.0071	0.0589	0.0186	0.0000
SAN	9.5925	0.0059	-0.6057	0.1197	0.0012	0.0000	0.1060	0.0348	0.0135	0.1947	0.0272	0.0001
SGC	0.6322	0.0000	-0.6072	0.2535	0.0000	0.0000	0.0670	0.0000	-0.0577	0.4416	0.0000	0.0000
SYV	1.4950	0.0419	-1.6109	0.2788	0.0830	0.0000	0.0405	-0.0042	-0.1027	0.0409	0.0030	0.0000
TEF	1.9027	0.0305	-18.6148	0.0435	0.0008	0.0000	0.1137	0.0342	0.0204	0.3953	0.0293	0.0000
TEM	0.0869	0.0000	0.0316	0.0000	0.0000	0.0000	0.0908	0.0000	0.0000	0.1704	0.0000	0.0000
TL5	1.3862	0.0163	-9.3760	0.0223	0.0010	0.0000	0.1195	0.0378	-0.0123	0.2043	0.0216	0.0000
TPI	0.0484	0.0000	-0.0003	0.0919	0.0000	0.0000	0.0655	0.0000	0.0000	0.0803	0.0000	0.0000
TRE	2.1135	0.0000	-4.9833	0.1670	0.0259	0.0000	0.0560	0.0087	-0.0073	0.0662	0.0053	0.0000
UNF	2.1667	0.0000	-0.4133	0.1728	0.0010	0.0000	0.0494	0.0000	-0.0235	0.0405	0.0000	0.0000
VIS	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 4A.** Pesos de los activos en las carteras óptimas en frecuencia trimestral

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo
A3TV	0.7554	0.0000	-3.2075	0.0000	0.0000	0.1377	0.0000	0.0000	0.5376	0.0000	0.0000	0.0000
ABE	10.7013	-0.0177	-26.3908	0.0019	0.0007	0.0000	0.0464	0.0278	-0.0213	0.0374	0.0253	0.0000
ABG	6.6632	0.0000	-7.0167	0.9780	0.0138	0.0000	0.0392	0.0045	-0.0562	0.0392	0.0009	0.0000
ACS	22.6172	0.0106	-19.0386	0.9930	0.0841	0.0000	0.0409	0.0110	-0.0425	0.0409	0.0055	0.0000
ACX	10.2000	0.0013	-8.9857	0.0008	0.0007	0.0000	0.0515	0.0292	0.0131	0.0719	0.0155	0.0000
AGS	0.0918	0.0000	-7.0265	0.0000	0.0000	0.0446	0.0000	0.0000	0.0118	0.0000	0.0000	0.0000
ALT	16.0889	0.0000	-5.5140	0.0000	0.0000	0.0426	0.0000	-0.0212	0.0225	0.0000	0.0000	0.0000
AMS	8.8018	0.0000	0.0000	0.9910	0.0000	0.1116	0.0000	0.0000	0.1490	0.0000	0.0000	0.0000
ANA	6.9288	0.0163	-4.1546	0.0589	0.0008	0.0000	0.0309	0.0090	-0.0450	0.0309	0.0040	0.0000
BBVA	19.5309	0.0335	-9.7041	0.7924	0.1165	0.0000	0.0987	0.0416	-0.0017	0.1809	0.0353	0.0000
BKIA	4.3735	0.0000	-0.0026	0.0000	0.0000	0.0643	0.0000	0.0000	0.0799	0.0000	0.0000	0.0000
BKT	6.1687	0.0241	-7.0758	0.4163	0.1372	0.0000	0.0675	0.0296	-0.0071	0.0683	0.0215	0.0001
BME	18.1072	0.0110	-6.3682	0.0111	0.0002	0.0000	0.0930	0.0275	0.0000	0.1487	0.0249	0.0000
BTO	18.5240	0.0114	-8.2153	0.0016	0.0002	0.0000	0.0762	0.0301	0.0000	0.1136	0.0088	0.0000
CABK	2.5345	0.0000	-2.6137	0.0008	0.0000	0.0382	0.0000	0.0000	0.0324	0.0000	0.0000	0.0000
CIN	16.6986	0.0000	-2.2418	0.0001	0.0001	0.0000	0.0782	0.0329	0.0000	0.1026	0.0007	0.0000
COL	0.6513	0.0000	-0.6488	0.9672	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1577	0.0029	0.0000	0.0000
CRI	3.2197	0.0000	-9.4455	0.9245	0.0000	0.1335	0.0000	0.0000	0.3509	0.0000	0.0000	0.0000
DIA	0.6544	0.0000	-9.0632	0.0000	0.0000	0.0989	0.0000	0.0000	0.1308	0.0000	0.0000	0.0000

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo
EBRO	10.8832	0.0000	-1.6495	0.1193	0.0000	0.0506	0.0000	0.0000	0.0539	0.0000	0.0000	0.0000
ELE	4.2219	0.0241	-7.0228	0.0002	0.0001	0.0596	0.0270	-0.0011	0.0677	0.0168	0.0000	0.0000
ENG	2.1087	0.0018	-15.8775	0.8912	0.0795	0.0000	0.0593	0.0216	-0.0217	0.0551	0.0170	0.0000
FAD	3.4555	0.0000	-0.0828	0.0000	0.0000	0.0117	0.0000	-0.0057	0.0077	0.0000	0.0000	0.0000
FCC	1.0643	0.0242	-18.2820	0.0011	0.0007	0.0000	0.0494	0.0158	-0.0231	0.0458	0.0043	0.0000
FER	9.8351	0.0232	-6.7911	0.0007	0.0005	0.0000	0.0786	0.0442	0.0249	0.1065	0.0318	0.0001
GAM	2.7149	0.0090	-3.0837	0.3392	0.0856	0.0000	0.0368	0.0167	-0.0732	0.0301	0.0054	0.0000
GAS	12.8527	0.0170	-3.9604	0.0013	0.0006	0.0000	0.0771	0.0328	0.0034	0.0630	0.0223	0.0000
GRF	19.8897	0.0000	-5.3015	0.0003	0.0002	0.0000	0.1075	0.0127	-0.0236	0.1442	0.0070	0.0000
IAG	0.9814	0.0000	-10.0839	0.0000	0.0000	0.0000	0.0627	0.0000	0.0000	0.0626	0.0000	0.0000
IBE	12.8648	-0.0141	-6.0477	0.0014	0.0006	0.0000	0.0376	0.0252	0.0052	0.0309	0.0079	0.0000
IBLA	2.3625	0.0151	-2.1558	0.5833	0.0917	0.0000	0.0530	0.0122	-0.0212	0.0491	0.0011	0.0000
IBR	1.2476	0.0000	-14.4717	0.0116	0.0000	0.0000	0.1317	0.0000	0.0000	0.2600	0.0000	0.0000
IDR	6.7719	0.0189	-17.6895	0.0027	0.0009	0.0000	0.0561	0.0284	0.0016	0.0382	0.0112	0.0000
ITX	17.6669	0.0210	-7.9701	0.0020	0.0008	0.0000	0.1078	0.0351	0.0080	0.1465	0.0224	0.0000
LOR	0.1593	0.0000	-0.0632	0.0000	0.0000	0.0430	0.0000	-0.0138	0.0400	0.0000	0.0000	0.0000
MAP	1.0085	0.0023	-9.7138	0.0080	0.0008	0.0000	0.0533	0.0281	-0.0062	0.0427	0.0167	0.0000
MTS	1.4721	0.0000	-2.5537	0.0000	0.0000	0.0000	0.0374	0.0000	0.0000	0.0370	0.0000	0.0000
MVC	0.8455	0.0000	-3.5210	0.2347	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000	-0.1406	0.0086	0.0000	0.0000
NHH	5.6015	0.0000	-0.1771	0.6966	0.0000	0.0000	0.1058	0.0000	0.0000	0.1961	0.0000	0.0000

Continúa

Compañías	GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo	máximo	mediana	mínimo
OHL	6.3784	0.0000	-0.9239	0.6290	0.0357	0.0000	0.0730	0.0000	-0.0277	0.0948	0.0075	0.0000
POP	16.4910	0.0364	-13.3308	0.3319	0.1073	0.0000	0.0916	0.0392	-0.0286	0.1286	0.0200	0.0000
PRS	0.4839	0.0000	-0.8547	0.0000	0.0000	0.0000	0.0799	0.0000	0.0000	0.1593	0.0000	0.0000
REE	21.2894	0.0167	-15.0977	0.3808	0.0891	0.0000	0.0629	0.0107	-0.0452	0.0661	0.0060	0.0000
REP	2.3261	0.0375	-8.3883	0.5492	0.0938	0.0000	0.0791	0.0377	0.0240	0.0916	0.0303	0.0000
SAB	2.6542	0.0284	-4.9401	0.0016	0.0009	0.0000	0.0504	0.0327	-0.0117	0.0448	0.0193	0.0000
SAN	11.2251	0.0363	-1.9308	0.9840	0.1664	0.0000	0.0981	0.0346	0.0133	0.1703	0.0271	0.0000
SGC	0.3366	0.0000	-2.3843	0.3798	0.0000	0.0000	0.0707	0.0000	-0.0708	0.1188	0.0000	0.0000
SYV	0.2156	0.0006	-7.0657	0.1393	0.0501	0.0000	0.0377	-0.0034	-0.0948	0.0378	0.0024	0.0000
TEF	5.6200	0.0351	-8.1542	0.9680	0.1196	0.0000	0.1034	0.0331	0.0134	0.2629	0.0301	0.0000
TEM	0.1154	0.0000	-1.0829	0.0003	0.0000	0.0000	0.0866	0.0000	0.0000	0.1572	0.0000	0.0000
TL5	6.9462	0.0287	-15.0892	0.1215	0.1081	0.0000	0.1284	0.0380	-0.0242	0.2559	0.0245	0.0000
TPI	0.0880	0.0000	-0.5369	0.0000	0.0000	0.0000	0.0655	0.0000	0.0000	0.0812	0.0000	0.0000
TRE	10.9689	0.0012	-0.9539	0.4771	0.0249	0.0000	0.0638	0.0091	-0.0120	0.0801	0.0023	0.0000
UNF	0.9521	0.0000	-3.2298	0.0008	0.0006	0.0000	0.0529	0.0000	-0.0256	0.0400	0.0000	0.0000
VIS	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Fuente: elaboración propia.

**Cuadro 5A. Betas de los activos respecto a las carteras óptimas en frecuencia mensual**

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)	
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	
A3TV	0.585	0.000	0.000	1.061	0.000	-0.037	0.683	0.000	0.000	1.845	0.000	0.000	2.085	0.000
ABE	1.002	0.785	0.004	1.031	-0.004	-3.490	1.002	0.185	-0.054	1.182	0.835	-0.005	1.241	0.831
ABG	1.502	1.248	0.000	1.734	0.000	-2.391	2.153	0.581	0.000	2.032	1.458	0.000	2.061	1.452
ACS	1.107	0.745	0.239	2.110	0.232	-0.969	1.327	0.361	0.044	1.482	0.790	0.264	1.731	0.787
ACX	1.104	0.874	0.522	3.942	0.018	-0.999	1.752	0.428	-0.314	1.508	0.905	0.213	1.515	0.905
AGS	0.759	0.000	0.000	0.782	0.000	0.000	0.890	0.000	-0.001	0.689	0.000	0.000	0.288	0.000
ALT	0.335	0.000	-0.091	0.447	0.000	-0.071	0.270	0.000	-0.068	0.319	0.000	-0.071	0.068	0.000
AMS	0.133	0.000	0.000	5.051	0.000	0.000	1.934	0.000	0.000	0.340	0.000	0.000	0.341	0.000
ANA	1.729	1.160	0.336	1.735	0.068	-1.640	1.529	0.303	-0.569	1.757	1.227	0.262	1.797	1.212
BBVA	1.525	1.447	1.104	1.373	-0.089	-1.894	1.629	0.547	0.016	1.895	1.345	0.728	1.846	1.275
BKIA	0.491	0.000	-0.008	1.004	0.000	-0.454	0.283	0.000	-0.065	0.673	0.000	-0.044	0.533	0.000
BKT	1.148	0.890	0.633	1.114	0.034	-1.502	1.266	0.333	0.001	1.677	0.902	0.459	1.625	0.796
BME	0.879	0.700	0.000	1.227	0.000	-1.188	0.973	0.021	-0.200	1.095	0.780	0.000	1.530	0.789
BTO	1.104	0.556	0.000	1.181	0.000	-0.617	0.890	0.211	0.000	1.542	0.633	0.000	1.412	0.277
CABK	1.120	0.000	0.000	2.551	0.000	-1.351	1.127	0.000	0.000	1.389	0.000	0.000	1.375	0.000
CIN	1.285	0.102	0.000	1.116	0.000	-0.654	0.982	0.001	-0.005	1.356	0.089	0.000	1.367	0.053
COL	0.679	0.000	0.000	2.031	0.000	0.000	1.378	0.000	0.000	0.000	-1.800	0.000	2.088	0.000
CRI	0.833	0.000	0.000	0.709	0.000	-0.231	0.993	0.000	0.000	0.861	0.000	0.000	0.851	0.000
DIA	0.080	0.000	0.000	0.869	0.000	0.000	0.471	0.000	0.000	0.159	0.000	0.000	0.156	0.000

Continúa

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	mín.	
EBRO	0.631	0.000	0.000	0.775	0.000	-0.340	1.461	0.000	0.829	0.000	0.000	0.882	0.000	0.000	
ELE	1.377	0.860	0.746	1.411	0.188	-1.326	1.469	0.425	0.062	1.309	0.989	0.356	1.259	0.890	0.112
ENG	0.898	0.724	0.149	0.965	0.179	-0.795	1.155	0.324	0.001	1.335	0.767	0.193	1.312	0.764	0.028
FAD	0.473	0.000	0.000	0.626	0.000	0.640	0.000	0.000	0.308	0.000	0.000	0.144	0.000	0.000	0.000
FCC	1.132	0.867	0.420	1.119	0.038	-2.324	1.154	0.338	-0.564	1.501	0.951	0.338	1.666	0.950	0.054
FER	1.400	0.989	0.017	1.116	0.077	-1.655	1.854	0.455	-0.005	1.837	1.147	0.025	1.885	1.164	0.023
GAM	1.716	1.171	0.657	3.064	0.039	-2.482	1.860	0.515	-1.053	1.899	1.474	0.283	2.079	1.591	0.157
GAS	0.949	0.725	0.433	0.878	0.079	-2.219	1.225	0.341	-0.019	1.203	0.872	0.500	1.195	0.841	0.094
GRF	0.749	0.387	0.000	1.264	0.018	-3.234	1.313	0.097	-0.039	1.180	0.523	0.000	1.501	0.531	0.000
IAG	0.243	0.000	0.000	1.392	0.000	-2.094	1.803	0.000	0.000	0.499	0.000	-0.005	0.469	0.000	-0.005
IBE	1.076	0.953	0.236	1.022	0.126	-1.331	1.253	0.333	-0.046	1.323	0.915	0.124	1.301	0.902	-0.039
IBLA	1.734	0.981	0.000	1.704	0.035	-1.167	1.829	0.353	0.000	1.991	1.055	0.000	1.885	0.681	0.000
IBR	0.516	0.000	0.000	0.891	0.000	-0.038	0.825	0.000	-0.045	0.622	0.000	0.000	0.913	0.000	0.000
IDR	1.373	0.648	0.423	2.826	0.131	-0.422	1.582	0.402	-0.214	1.484	0.685	0.442	1.430	0.571	0.179
ITX	0.969	0.629	0.292	1.000	0.151	-4.466	0.951	0.258	-0.099	1.224	0.650	0.259	1.166	0.648	0.020
LOR	1.051	0.000	0.000	0.792	0.000	-0.739	0.821	0.000	0.000	1.086	0.000	0.000	0.969	0.000	0.000
MAP	1.235	1.089	0.000	1.073	-0.069	-1.351	1.508	0.513	-0.007	1.582	1.085	0.000	1.653	0.994	0.000
MTS	1.308	0.000	0.000	2.469	0.000	-0.883	3.042	0.000	0.000	2.139	0.000	0.000	2.145	0.000	0.000
MVC	0.640	0.000	0.000	1.116	0.000	0.748	0.000	0.000	0.433	0.000	-0.251	0.445	0.000	0.000	0.000
NHH	0.936	0.000	0.000	0.931	0.000	0.000	0.994	0.000	-0.009	0.998	0.000	0.000	0.954	0.000	0.000

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.
OHL	1.959	1.455	0.000	1.981	0.000	-2.047	3.416	0.534	0.000	2.625	1.901	0.000	2.733	1.901	0.000
POP	1.157	0.795	0.107	2.237	0.039	-2.011	1.063	0.269	-0.043	1.304	0.975	0.231	1.263	0.979	0.078
PRS	1.581	0.000	0.000	1.443	0.000	-0.703	1.646	0.000	0.000	1.878	0.000	0.000	1.881	0.000	0.000
REE	0.800	0.604	0.000	1.098	0.092	-1.777	0.905	0.245	-0.018	1.145	0.620	0.000	1.140	0.628	0.000
REP	1.148	0.930	0.395	1.141	0.019	-1.752	1.107	0.359	-0.044	1.234	0.945	0.380	1.264	0.927	0.121
SAB	1.063	0.759	0.252	2.221	0.092	-1.386	0.877	0.274	-0.015	1.282	0.803	0.314	1.272	0.804	0.104
SAN	1.510	1.436	1.204	1.478	-0.013	-1.917	1.758	0.560	0.017	1.901	1.346	0.616	1.870	1.275	0.177
SGC	2.368	0.000	0.000	2.692	0.000	-0.977	2.781	0.000	0.000	2.658	0.000	-0.023	2.631	0.000	0.000
SYV	1.964	1.702	0.589	5.041	0.135	-3.007	2.343	0.873	-0.664	2.266	1.911	0.270	2.667	1.956	0.123
TEF	1.345	0.808	0.554	1.118	0.133	-1.680	1.317	0.412	-0.029	1.390	0.807	0.413	1.382	0.670	0.087
TEM	0.791	0.000	0.000	0.582	0.000	-0.487	0.660	0.000	0.000	0.945	0.000	0.000	0.891	0.000	0.000
TL5	1.442	0.835	-0.004	1.915	0.226	-1.555	2.139	0.418	-0.026	2.198	1.163	0.040	2.201	1.232	0.009
TPI	1.914	0.000	0.000	1.126	0.000	-0.105	2.223	0.000	0.000	2.097	0.000	0.000	2.041	0.000	0.000
TRE	1.096	0.762	0.000	2.237	0.031	-0.509	2.340	0.434	0.000	1.645	0.822	0.000	1.703	0.817	0.000
UNF	0.938	0.516	0.000	1.029	0.000	-0.405	0.670	0.071	0.000	0.802	0.222	0.000	0.923	0.027	0.000
VIS	0.084	0.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 6A. Betas de los activos respecto a las carteras óptimas en frecuencia trimestral

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)	
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	mín.
A3TV	1.698	0.000	-0.161	1.403	0.000	-0.163	0.622	0.000	-0.014	1.958	0.000	0.000	2.256	0.000
ABE	1.175	0.746	-0.005	5.891	0.062	-14.221	1.008	0.162	-0.280	1.420	0.815	-0.076	1.384	0.801
ABG	1.903	0.000	6.803	0.000	-0.685	1.959	0.158	-0.532	2.080	1.486	0.000	2.338	1.453	0.000
ACS	1.508	0.724	0.412	14.452	0.226	-1.135	1.068	0.413	-0.604	1.502	0.735	0.402	2.357	0.673
ACX	1.205	0.912	0.104	3.153	0.152	-10.229	1.380	0.361	-0.949	1.546	1.041	-0.058	1.563	1.046
AGS	1.073	0.000	0.000	0.914	0.000	-0.411	0.727	0.000	0.000	0.859	0.000	0.000	0.473	0.000
ALT	0.503	0.000	-0.334	0.270	0.000	-4.064	0.413	0.000	-0.134	0.648	0.000	-0.098	0.283	0.000
AMS	0.095	0.000	-0.087	12.035	0.000	-3.655	1.000	0.000	0.000	0.277	0.000	-0.044	0.277	0.000
ANA	1.726	1.051	0.358	6.667	0.169	-24.522	1.921	0.394	-1.792	1.751	1.063	0.162	2.536	1.044
BBVA	1.596	1.296	0.956	1.849	0.346	-7.658	1.626	0.532	-0.663	2.229	1.232	0.591	2.203	1.164
BKIA	0.598	0.000	-0.009	0.979	0.000	-3.409	0.443	0.000	-1.557	0.804	0.000	-0.288	0.744	0.000
BKT	1.510	0.945	-0.169	12.858	0.184	-10.944	1.107	0.323	-1.112	1.662	0.936	-0.399	2.687	0.591
BME	1.299	0.766	-0.059	1.861	0.000	-9.667	1.340	0.000	-0.530	1.707	0.806	0.000	2.375	0.800
BTO	1.636	0.670	0.000	5.096	0.022	-0.224	1.171	0.224	0.000	1.426	0.787	0.000	2.114	0.491
CABK	1.343	0.000	1.979	0.000	-11.059	1.412	0.000	-0.632	1.888	0.000	0.000	1.923	0.000	0.000
CIN	1.742	0.154	0.000	1.240	0.000	-0.043	1.444	0.026	-0.027	1.797	0.023	-0.113	1.707	0.008
COL	2.527	0.000	-0.269	2.900	0.000	-1.051	1.285	0.000	0.000	0.313	0.000	-2.531	2.794	0.000
CRI	0.891	0.000	2.748	0.000	-0.080	0.963	0.000	0.000	0.910	0.000	0.000	0.874	0.000	0.000
DIA	0.152	0.000	-0.054	0.865	0.000	-0.024	0.380	0.000	-0.214	0.279	0.000	-0.042	0.268	0.000
														-0.039

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.
EBRO	0.716	0.000	0.000	1.637	0.000	-11.460	1.025	0.000	-0.247	1.103	0.000	0.000	1.043	0.000	0.000
ELE	1.592	1.067	0.495	3.996	0.401	-0.997	1.319	0.419	-0.621	1.475	0.982	0.402	1.414	0.840	0.023
ENG	0.984	0.571	0.374	5.175	0.301	-2.633	0.943	0.270	-0.422	1.286	0.625	0.285	1.277	0.563	-0.234
FAD	0.914	0.000	0.000	0.475	0.000	-0.070	0.457	0.000	0.000	0.801	0.000	0.000	0.447	0.000	-0.534
FCC	1.480	1.027	0.170	2.189	0.210	-11.421	1.423	0.454	-1.204	1.557	1.109	0.273	2.187	1.109	0.027
FER	1.849	1.024	0.003	3.223	0.108	-8.997	1.754	0.269	-0.090	2.027	1.070	-0.113	2.076	1.064	-0.358
GAM	1.537	1.233	0.609	9.882	0.268	-2.174	1.929	0.564	-1.782	1.920	1.296	0.120	1.989	1.269	0.033
GAS	1.316	0.813	0.183	6.323	0.200	-14.613	1.647	0.299	-0.830	1.386	0.869	0.249	1.409	0.850	-0.064
GRF	0.933	0.430	-0.024	11.708	0.000	-4.282	1.214	0.099	-1.204	1.109	0.582	-0.187	1.361	0.580	-0.146
IAG	0.215	0.000	-0.008	13.704	0.000	-0.390	0.997	0.000	-0.002	0.498	0.000	-0.028	0.484	0.000	-0.028
IBE	1.150	0.786	0.302	2.244	0.185	-7.141	1.197	0.257	-0.398	1.238	0.774	0.032	1.760	0.765	-0.079
IBLA	2.052	0.869	0.000	1.761	0.213	-3.383	1.549	0.372	0.000	2.267	1.058	0.000	2.685	0.732	0.000
IBR	0.638	0.000	-0.009	7.235	0.000	-0.490	0.582	0.000	0.000	0.576	0.000	-0.110	0.817	0.000	-0.180
IDR	1.591	0.622	0.320	16.020	0.211	-1.535	1.136	0.236	-0.723	1.622	0.623	0.340	1.622	0.530	-0.113
ITX	1.079	0.593	0.068	11.595	0.156	-16.568	1.473	0.293	-0.022	1.433	0.598	-0.036	2.070	0.547	-0.059
LOR	1.476	0.000	1.277	0.000	-0.358	0.986	0.000	0.000	1.623	0.000	0.000	1.406	0.000	0.000	0.000
MAP	1.656	0.996	0.000	3.641	0.076	-7.213	1.254	0.440	-1.425	1.782	0.944	0.000	1.842	0.896	0.000
MTS	1.798	0.000	0.000	2.728	0.000	-16.303	2.194	0.000	-0.435	2.527	0.000	0.000	2.415	0.000	0.000
MVC	1.061	0.000	0.000	4.435	0.000	-1.142	0.909	0.000	0.000	0.557	0.000	-0.910	0.621	0.000	-0.492
NHH	1.204	0.000	0.000	1.323	0.000	-2.622	0.991	0.000	-0.043	1.162	0.000	0.000	1.149	0.000	-0.005

Continúa

Comp.	IBEX-35			GAUSS			GAUSS(+)			NO GAUSS			NO GAUSS(+)		
	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.	máx.	med.	mín.
OHL	2.524	1.591	0.000	6.665	0.000	-9.328	3.563	0.000	-0.586	3.009	1.967	0.000	3.059	1.987	0.000
POP	1.386	0.769	0.177	15.479	0.134	-3.097	1.429	0.344	-0.972	1.695	0.791	0.346	1.705	0.849	0.162
PRS	1.573	0.000	0.000	1.911	0.000	-3.089	1.081	0.000	0.000	1.956	0.000	1.846	0.000	0.000	0.000
REE	0.962	0.528	0.000	4.871	0.105	-2.918	0.918	0.215	-0.330	1.205	0.551	0.000	1.228	0.522	-0.115
REP	1.228	0.885	0.319	1.050	0.167	-17.750	1.459	0.285	-0.766	1.596	0.849	0.272	1.481	0.815	-0.010
SAB	1.339	0.732	0.210	8.144	0.208	-2.487	1.793	0.304	-0.642	1.932	0.724	0.126	1.914	0.726	0.024
SAN	1.668	1.421	1.018	6.665	0.462	-1.169	1.808	0.660	-0.648	2.460	1.351	0.424	2.486	1.295	0.191
SGC	3.602	0.000	0.000	4.042	0.000	-6.413	2.371	0.000	0.000	4.009	0.000	-0.996	3.209	0.000	-0.208
SYV	2.515	2.053	0.730	22.912	0.237	-4.660	2.771	0.684	-3.000	3.089	2.082	-0.012	3.269	2.091	-0.609
TEF	1.347	0.850	0.511	2.519	0.247	-6.634	1.164	0.262	-0.318	1.276	0.711	0.272	1.225	0.635	-0.070
TEM	0.982	0.000	0.000	0.710	0.000	-1.485	0.716	0.000	-0.025	1.096	0.000	0.000	1.057	0.000	0.000
TL5	1.269	0.762	-0.074	11.741	0.153	-11.949	1.378	0.232	-0.341	1.694	0.868	-0.002	1.892	0.863	-0.063
TPI	1.944	0.000	0.000	2.204	0.000	-2.187	1.150	0.000	0.000	2.000	0.000	0.000	2.000	0.000	0.000
TRE	1.867	0.808	0.000	3.057	0.013	-10.100	2.517	0.362	-0.076	2.477	0.918	0.000	2.387	0.913	0.000
UNF	1.270	0.259	0.000	4.010	0.000	-0.404	0.890	0.006	-0.070	1.214	0.153	0.000	1.418	0.126	-0.014
VIS	0.132	0.097	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Fuente: elaboración propia.