ISSN 0123-1154 (IMPRESO)
ISSN 2500-7556 (EN LÍNEA)

ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD FINANCIERO-ACTUARIAL DE UNA OPERACIÓN DE SEGURO MIXTO SIMPLE (ENDOWMENT INSURANCE) CONTRATADA A PRIMA PURA[*]

FINANCIAL AND ACTUARIAL RETURN ANALYSIS OF A RISK PREMIUM ENDOWMENT INSURANCE

MARÍA JOSÉ PÉREZ-FRUCTUOSO[**]
ANTONIO ALEGRE ESCOLANO[***]

Fecha de recepción: 13 de mayo de 2025
Fecha de aceptación:30 de mayo de 2025
Disponible en línea: 30 de junio de 2025

Para citar este artículo/To cite this article

Perez-Fructuoso, María José & Alegre Escolano, Antonio. *Análisis de la rentabilidad financiero-actuarial de una operación de seguro mixto simple (endowment insurance) contratada a prima pura*, 62 Rev.Ibero-Latinoam.Seguros, 163-176 (2025). https://doi.org/10.11144/Javeriana.ris62.arfa

doi:10.11144/Javeriana.ris62.arfa

[*] Artículo de investigación.

[**] Doctora Europea en Economía, Doctora en Ciencias Económicas y Empresariales, Licenciada en Ciencias Actuariales y Financieras. Licenciada en Ciencias Económicas y Empresariales Profesora Titular del Área de Economía Financiera y Contabilidad. Departamento de Economía y Administración de Empresas. Carretera de La Coruña, KM 38,500, Vía de servicio N° 15, 28400, Collado-Villalba, Madrid. ORCID: 0000-0002-3252-1631 Contacto: mariajose.perez@udima.es

[***] Catedrático emérito de la Universidad de Barcelona, Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial. Cotacto: aalegree@gmail.com

RESUMEN

El presente trabajo desarrolla una metodología financiero-actuarial para calcular las rentabilidades real esperada de una operación de seguro mixta, formada por un seguro de vida y un seguro de ahorro simples, bajo la hipótesis de prima pura periódica. Para ello, se definen las variables aleatorias tanto efectivo anual de rendimiento y valor actual del beneficio del asegurado, cuyas distribuciones de probabilidad permitirán obtener la rentabilidad real y esperada de la operación, así como unos índices de riesgo que miden la rentabilidad máxima que puede obtenerse con la operación y en qué condiciones.

Palabras clave: rentabilidad real; rentabilidad esperada; indicadores de riesgo; seguro mixto.

ABSTRACT

This paper develops a financial-actuarial methodology to calculate the real and expected returns of a mixed insurance operation, consisting of a simple life insurance and a simple savings insurance, under the hypothesis of a periodical risk premium. For this purpose, random variables are defined, both the annual effective return (real return) and the present value of the insured's benefit, whose probability distributions will allow obtaining the real and expected profitability of the operation, as well as risk indicators that measure the maximum profitability that can be obtained and under what conditions.

Key Words: *real return; expected return; risk indicators; endowment insurance.*

SUMARIO:

1. Introducción. 2. Metodología. 3. Cálculo de las Rentabilidades e Indicadores de Riesgo en una Operación Actuarial de Seguro Mixto Simple Contratado a Prima Pura. 4. Aplicación Numérica. 5. Conclusiones. Referencias Bibliográficas

1. INTRODUCCIÓN

Tras la aprobación del Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras (ROSSEAR), las aseguradoras deben informar a sus clientes sobre la rentabilidad esperada de sus operaciones, en línea con la Directiva Europea de Solvencia II (Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio). El objetivo es crear un instrumento similar a la Tasa Anual Equivalente (TAE) del sector financiero, que aumente la transparencia y facilite la comparación de productos de seguros (Devesa, *et al*. 2016).. Sin embargo, a diferencia de la TAE (Circular 5/2012, de 27 de junio, del Banco de España), el ROSSEAR no especifica la fórmula para calcular la rentabilidad ni incluye los gastos de gestión de las aseguradoras en dicho cálculo (Alegre, *et al*., 1991).

Es importante destacar que las operaciones actuariales que generan esta información son estocásticas, ya que su resultado depende de eventos aleatorios como la supervivencia o muerte del asegurado, según la tabla de mortalidad utilizada. Esto implica que el rendimiento también será estocástico, haciendo inapropiada la aplicación de metodologías financieras tradicionales. Además, en un entorno de incertidumbre, la rentabilidad esperada por sí sola no es suficiente para tomar decisiones, y es recomendable complementarla con alguna medida adicional de riesgo.

Hasta la fecha, el cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguros de vida ha sido tratado por los siguientes autores. Devesa, et al. (2013) presentan un enfoque que facilita la comparación de diversas operaciones actuariales mediante el cálculo de la rentabilidad financiero-actuarial-fiscal. Este método se basa en igualar el valor actuarial de las primas con el valor actuarial de las indemnizaciones, teniendo en cuenta las características comerciales que incluye cada operación.

Devesa, et al. (2016) describen la rentabilidad esperada como el tipo de interés que equilibra los valores actuales de las prestaciones esperadas con los pagos esperados de primas. Este cálculo se realiza mediante una función implícita que debe resolverse utilizando métodos de cálculo numérico, cuyos resultados dependen del tipo de prima, las tablas de mortalidad empleadas y la estructura de costos de la aseguradora. Por otro lado, Moreno, et al. (2017) consideran que la rentabilidad de una operación de seguros de vida es una variable aleatoria. Para calcular dicha rentabilidad esperada, utilizan dos enfoques: uno basado en la esperanza matemática de la variable aleatoria de rentabilidad y otro que determina el tipo de interés como aquel que iguala los valores actuales medios esperados de las prestaciones y las primas.

Pérez-Fructuoso y Alegre (2018) y Pérez-Fructuoso y Alegre (2021a) desarrollaron una metodología financiero-actuarial para calcular la rentabilidad financiero-fiscal de operaciones simples de capital diferido, ya sea a prima única o periódica. Utilizan un enfoque estocástico basado en la distribución de la variable aleatoria del tipo de rendimiento anual, lo que permite determinar la rentabilidad máxima del asegurado, igualando, en términos financieros, el valor final de las prestaciones y las contraprestaciones del contrato. Además, la rentabilidad esperada se calcula estableciendo que el valor esperado del valor actual financiero del beneficio sea cero.

Pérez-Fructuoso y Alegre (2019) aplican esta metodología para calcular las rentabilidades a asociadas a una operación de seguros de vida simple al final del año de fallecimiento del asegurado. Pérez-Fructuoso y Alegre (2018a) y Pérez-Fructuoso y Alegre (2021b) desarrollan las expresiones que permiten obtener la rentabilidad financiero-fiscal, real y esperada, de una renta de supervivencia diferida y vitalicia contratada a prima (pura y comercial) única. Y finalmente, Pérez-Fructuoso y Alegre (2022), generalizan las expresiones anteriores al caso en el que la renta de supervivencia se contrata a primas periódicas, extendiendo de esta forma el cálculo de dichas rentabilidades.

Según se desprende de la revisión de la literatura, el modelo general elaborado por Pérez-Fructuoso y Alegre puede ser utilizado en cualquier tipo de operación cuando es necesario pasar de un escenario determinista a uno que incluye una componente de incertidumbre. Por ello, en este artículo se aplica la metodología desarrollada por estos autores en los trabajos precedentes para determinar las rentabilidades, real y esperada, de una operación de seguros compleja, formada por un seguro de vida y un seguro de ahorro, denominada seguro mixto. Además, se obtendrán unos indicadores de riesgo que complementarán la información proporcionada por las rentabilidades obtenidas en la operación, facilitando así la toma de decisiones al asegurado.

La estructura del artículo es la siguiente. La sección 2 presenta la metodología sobre la que se desarrolla el estudio. En la sección 3 se obtiene las expresiones teóricas que permiten calcular los valores de las rentabilidades real y esperada de una operación de seguro mixto contratada a prima pura, así como los indicadores de riesgo y su forma de cálculo. La sección 4 presenta los resultados obtenidos en la aplicación numérica realizada. Finalmente, la sección 5 concluye.

2. METODOLOGÍA

Las probabilidades de supervivencia o fallecimiento de un asegurado condicionan las contingencias cubiertas en los diferentes seguros de vida, convirtiéndolos en aleatorios. Como consecuencia de ello, la rentabilidad de estas operaciones actuariales no puede obtenerse empleando metodologías financieras tradicionales, sino que deben aplicarse modelos estadísticos de variables aleatorias que definan la distribución de probabilidad de las contingencias cubiertas en la operación. De esta forma, el tanto efectivo anual de rendimiento pasará a ser una variable aleatoria transformada de la correspondiente a la distribución de supervivencia.

En este trabajo se obtiene el tipo de interés efectivo anual aleatorio, o rentabilidad real de la operación, y la rentabilidad esperada de una operación de seguro mixto simple contratada a prima pura.

El valor de las diferentes rentabilidades efectivas anuales, o rentabilidades reales, se obtendrá igualando el valor actual financiero de las prestaciones y de las contraprestaciones de la operación en cada periodo, valoradas al tipo de interés: i_j

$$VA_{i_j}(prestaciones) = VA_{i_j}(contraprestaciones);\ \forall j \in \{0,1,2,\dots,n\} \qquad (1)$$

Para determinar la rentabilidad esperada de esta operación, determinaremos, en primer lugar, la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto,* $\tilde{B}_i$. Esta variable informa acerca del valor actual del beneficio que tendrá el asegurado que ha pagado unas primas para recibir, en su caso, una indemnización por la ocurrencia de las contingencias cubiertas en el contrato. Seguidamente, calcularemos la esperanza de esta variable aleatoria, $E\left(\tilde{B}_i\right)$, de forma que la rentabilidad esperada i^* será aquella que anule dicha esperanza, $E\left(\tilde{B}_{i^*}\right) = 0$, esto es, la rentabilidad esperada será el tipo de interés efectivo anual resultante de igualar a cero el valor esperado de la variable *valor actual del beneficio del producto para el asegurado*.

Para apoyar al asegurado en su proceso de toma de decisiones, calcularemos la confianza que tiene en no sufrir pérdidas con la operación. En otras palabras, determinaremos la probabilidad de que, como mínimo, recupere las primas pagadas. El indicador de riesgo que reflejará esta confianza será la probabilidad de que la rentabilidad real no sea negativa, es decir, $p(\tilde{\imath} \geq 0)$, donde representa la variable aleatoria rentabilidad real de la operación o el rendimiento efectivo anual.

También se evaluará la credibilidad de la rentabilidad esperada, midiendo la confianza del asegurado en alcanzar, como mínimo, dicha rentabilidad en la operación. El parámetro o indicador de riesgo que reflejará esta confianza será la probabilidad de que la rentabilidad real sea al menos igual a la rentabilidad esperada, es decir, $p(\tilde{\imath} \geq \bar{\imath})$ donde representa la rentabilidad esperada.

3. CÁLCULO DE LAS RENTABILIDADES E INDICADORES DE RIESGO EN UNA OPERACIÓN ACTUARIAL DE SEGURO MIXTO SIMPLE CONTRATADO A PRIMA PURA

Sea una operación de seguro de vida, formada por un seguro de ahorro y un seguro de riesgo. Dicha operación se conoce con el nombre de seguro mixto y consiste en el pago de una determinada cantidad de dinero a los beneficiarios del asegurado, si este fallece antes de una determinada fecha, y si sobrevive a dicho plazo, se entrega la cantidad establecida al propio asegurado.

La ecuación de equilibrio en el origen de la operación viene dada por la siguiente expresión (Gerber, 1997),

$$P \cdot /_n\ddot{a}_x = /_nA_x + {}_nE_x \Rightarrow P = \frac{\sum_{t=0}^{n}(1+\bar{\imath})^{-(t+1)} \cdot {}_{t/1}q_x + (1+\bar{\imath})^{-n} \cdot {}_np_x}{\sum_{t=0}^{n}(1+\bar{\imath})^{-t} \cdot {}_tp_x} \qquad (2)$$

donde $/_nA_x$ es el seguro de vida de cuantía unitaria, pagadero al final del año de fallecimiento del asegurado de edad actual x si este fallece dentro de los n primeros años desde el inicio de la operación, ${}_nE_x$ es el capital diferido n años (seguro de ahorro), sobre el mismo asegurado, consistente en el pago de una unidad monetaria siempre que dicho asegurado llegue vivo a la edad $x+n$, i es el tipo de interés técnico de la operación y $P \cdot /_n\ddot{a}_x$ es el valor actual de una renta inmediata, anticipada, periódica con n años de temporalidad correspondiente al pago de la prima pura del seguro de importe constante igual a P.

Suponemos que la operación actuarial se contrata a prima pura, y, por tanto, solo considera el coste real del riesgo asumido por el asegurador, sin tener en cuenta sus gastos de gestión ni el margen de beneficios.

Para calcular la rentabilidad real de la operación, definimos la variable aleatoria *tipo de interés efectivo anual*, $\tilde{\imath}$, cuya distribución de probabilidad viene dada por la siguiente expresión,

$\underline{Valores\ de\ \tilde{\imath}}$	$\underline{Probabilidades}$
$(1+i_1)^{-1} = P$	$/_1q_x$
$(1+i_2)^{-2} = P \cdot \sum_{t=0}^{2}(1+i_2)^{-t}$	$_{1/1}q_x$
$(1+i_3)^{-3} = P \cdot \sum_{t=0}^{3}(1+i_3)^{-t}$	$_{2/1}q_x$
$\vdots$	$\vdots$
$(1+i_r)^{-r} = P \cdot \sum_{t=0}^{r}(1+i_r)^{-t}$	$_{r-1/1}q_x$
$\vdots$	$\vdots$
$(1+i_{n-1})^{-(n-1)} = P \cdot \sum_{t=0}^{n-1}(1+i_{n-1})^{-t}$	$_{n-2/1}q_x$
$(1+i_n)^{-n} = P \cdot \sum_{t=0}^{n}(1+i_n)^{-t}$	$_{n-1}p_x$
	1

(3)

donde la rentabilidad del primer periodo, i_1, se obtiene directamente a partir de la siguiente expresión,

$$(1+i_1)^{-1} = P \Rightarrow 1+i_1 = \frac{1}{P} \Rightarrow i_1 = \frac{1}{P} - 1 \quad (4)$$

y, en general, la rentabilidad del r-ésimo periodo se calcula mediante un proceso iterativo, como sigue:

$$(1+i_r)^{-r} = P \cdot \sum_{t=0}^{r}(1+i_r)^{-t} \Rightarrow$$

$$1 = P \cdot (1+i_r)^{r} \cdot \sum_{t=0}^{r}(1+i_r)^{-t} \Rightarrow$$

$$1 = P \cdot \sum_{t=0}^{r}(1+i_r)^{r-t} \Rightarrow$$

$$\sum_{t=0}^{r}(1+i_r)^{r-t} = \frac{1}{P} \quad (5)$$

El indicador de riesgo relacionado con la rentabilidad real de la operación de seguro mixto contratado a prima pura es la probabilidad. $P[\tilde{\imath} \geq 0]$. Esta probabilidad informa acerca de la no negatividad de la rentabilidad real obtenida en el contrato y se obtiene sumando todas las probabilidades diferidas de fallecimiento a partir del primer valor y hasta el último valor en que se cumpla $i_r \geq 0$.

Seguidamente definimos la variable aleatoria *función valor actual del beneficio del producto*, $\tilde{B}$, cuya distribución de probabilidad es,

$$\begin{array}{cc}
\underline{\tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
(1+i^*)^{-1} - P & {}_{/1}q_x \\
(1+i^*)^{-2} - P\cdot\ddot{a}_{\overline{2}|i^*} & {}_{1/1}q_x \\
(1+i^*)^{-3} - P\cdot\ddot{a}_{\overline{3}|i^*} & {}_{2/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
(1+i^*)^{-r} - P\cdot\ddot{a}_{\overline{r}|i^*} & {}_{r-1/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
(1+i^*)^{-(n-1)} - P\cdot\ddot{a}_{\overline{n-1}|i^*} & {}_{n-2/1}q_x \\
(1+i^*)^{-n} - P\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|i^*} & \underline{{}_{n-1}p_x} \\
 & 1
\end{array} \tag{6}$$

donde i^* es la rentabilidad esperada de la operación que se obtiene haciendo cero el valor esperado de la variable aleatoria $\tilde{B}$, $E(\tilde{B}) = 0$ de forma que:

$$\sum_{r=1}^{n}[(1+i^*)^{-r} - P\cdot\sum_{t=0}^{r}(1+i^*)^{-t}]\cdot {}_{r-1/1}q_x + [(1+i^*)^{-n} - P\cdot\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}]\cdot {}_{n-1}p_x = 0 \tag{7}$$

Reagrupando términos en (7), resulta:

$$\sum_{r=1}^{n}(1+i^*)^{-r}\cdot {}_{r-1/1}q_x + (1+i^*)^{-n}\cdot {}_{n-1}p_x =$$
$$= P\cdot\left[\sum_{r=1}^{n}(\sum_{t=0}^{r}(1+i^*)^{-t})\cdot {}_{r-1/1}q_x + (\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t})\cdot {}_{n-1}p_x\right] \tag{8}$$

Operando en el primer miembro de la igualdad de la expresión (8),

$$\sum_{r=1}^{n}(1+i^*)^{-r}\cdot {}_{r-1/1}q_x + (1+i^*)^{-n}\cdot {}_{n-1}p_x =$$

$$= \sum_{r=0}^{n-1}(1+i^*)^{-(r+1)}\cdot {}_{r/1}q_x + (1+i^*)^{-n}\cdot {}_{n-1}p_x$$

y considerando que ${}_{n-1}p_x = {}_{n-1/1}q_x + {}_{n}p_x$, se obtiene:

$$\sum_{r=1}^{n}(1+i^*)^{-r}\cdot {}_{r-1/1}q_x + (1+i^*)^{-n}\cdot {}_{n-1}p_x = \sum_{r=0}^{n}(1+i^*)^{-(r+1)}\cdot {}_{r/1}q_x + (1+i^*)^{-n}\cdot {}_{n}p_x \tag{9}$$

De igual forma, considerando el segundo miembro de la igualdad en (8),

$$\sum_{r=1}^{n}\left(\sum_{t=0}^{r}(1+i^*)^{-t}\right)\cdot {}_{r-1/1}q_x + \left(\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}\right)\cdot {}_{n-1}p_x$$

y teniendo en cuenta que ${}_{n-1}p_x = {}_{n}p_x + {}_{n-1/1}q_x$, dicho término puede expresarse como sigue:

$$\sum_{r=1}^{n+1}(\sum_{t=0}^{r}(1+i^*)^{-t})\cdot {}_{r-1/1}q_x + (\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t})\cdot {}_{n}p_x \tag{10}$$

Operando en el primer sumando de la expresión (10),

$$\sum_{r=1}^{n+1}\left(\sum_{t=0}^{r}(1+i^*)^{-t}\right)\cdot {}_{r/1}q_x = \sum_{r=0}^{n}\left(\sum_{t=0}^{r+1}(1+i^*)^{-t}\right)\cdot {}_{r/1}q_x = \sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}\sum_{r=t}^{n} {}_{r/1}q_x$$

y considerando que $\sum_{r=t}^{n} {}_{r/1}q_x = {}_tp_x - {}_np_x$, este sumando resulta:

$$\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t} \cdot {}_tp_x - \left(\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}\right) \cdot {}_np_x \quad (11)$$

Substituyendo este resultado en la ecuación (10), y operando se obtiene:

$$\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t} \cdot {}_tp_x - \left(\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}\right) \cdot {}_np_x + \left(\sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t}\right) \cdot {}_np_x = \sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t} \cdot {}_tp_x$$

De forma que, la igualdad (8) puede reescribirse como sigue,

$$\sum_{r=0}^{n}(1+i^*)^{-(r+1)} \cdot {}_{r/1}q_x + (1+i^*)^{-n} \cdot {}_np_x = P \cdot \sum_{t=0}^{n}(1+i^*)^{-t} \cdot {}_tp_x \quad (12)$$

donde, despejando el valor de P, se obtiene la expresión (2) correspondiente a la ecuación de equilibrio del seguro mixto en el origen de la operación.

De esta forma se deriva que, cuando la operación se contrata a prima pura, la rentabilidad esperada coincide con el tipo de interés técnico, $i = i^*$.

El segundo indicador de riesgo, relacionado con la rentabilidad esperada, es la probabilidad $P[\tilde{i} \geq i^*]$ y hace referencia a la certeza que tiene el asegurado de obtener una rentabilidad real como mínimo igual a la rentabilidad esperada. Para obtenerlo, se suman todas las probabilidades diferidas de fallecimiento a partir del término en el que el tipo de interés real supera por primera vez al tipo de interés esperado, y hasta el final de la operación.

4. APLICACIÓN NUMÉRICA

A continuación se presenta un ejemplo numérico en el que se obtienen las rentabilidades y los indicadores de riesgo de una operación de seguro mixto contratada a prima pura. Para realizar los cálculos, consideramos las siguientes hipótesis: el asegurado, de edad actual 45 años, paga una prima constante, periódica, inmediata y anticipada, de importe igual a 1 euro durante 20 años por contratar una operación de seguro mixto. En dicha operación se estipula el pago de dos tipos de prestaciones: un euro a los beneficiarios en caso de que el asegurado fallezca antes de que finalice el plazo de la operación y otro euro que recibe el mismo, en caso de que sobreviva los 20 años considerados. El tipo de interés técnico utilizado es del 2,18%, y las tablas de mortalidad son las PASEM 2010 para el colectivo de hombres (el uso de estas tablas de mortalidad se establece en el artículo 6 de la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, por la que se regula el cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguro de vida).

Las rentabilidades reales y esperadas se han obtenido utilizando el programa R Studio

La Tabla (1) contiene los valores de la rentabilidad real o tipo de interés efectivo anual para todos los periodos de la operación, en el escenario analizado, así como las probabilidades de diferidas de fallecimiento y temporales t = 1 que permitirán calcular posteriormente los indicadores de riesgo de la operación:

Tabla 1: Tanto efectivo anual de la operación (Rentabilidad real)

Periodo	Prima pura	Probabilidades
1	22,72100888	0,002439
2	3,39601887	0,002720349
3	1,47333232	0,003032274
4	0.85994399	0,003365206
5	0.57349956	0,003730385
6	0.41182830	0,004122992
7	0.30966272	0,004544053
8	0.24008016	0,004970025
9	0.19009962	0,005410834
10	0.15274471	0,005884762
11	0.12395389	0,006407492
12	0.10121280	0,00695962
13	0.08288726	0,007532501
14	0.06787223	0,00807625
15	0.05539573	0,0085755
16	0.04490328	0,009031386
17	0.03598718	0,009451593
18	0.02834150	0,009843599
19	0.02173257	0,010236074
20	0.01597908	0,01064906

Como se desprende de los resultados en la tabla, la rentabilidad real es mayor cuanto menor es la edad del asegurado. El mayor valor de la rentabilidad real se produce durante los tres primeros periodos del contrato ($n = 1, 2, 3$) ya que la probabilidad diferida de fallecimiento es muy baja y por tanto también es muy baja la realización efectiva de la prestación de fallecimiento. Resulta también evidente que a medida que van transcurriendo los periodos de la operación, esta probabilidad de fallecimiento va aumentando lo que redunda en una mayor posibilidad de realización del seguro de fallecimiento y por tanto en una menor rentabilidad.

En cuanto a la rentabilidad esperada de la operación, coincide con el tipo de interés técnico utilizado y, por tanto, vale i^*=0,0218, y coincide con el tipo de interés técnico de la operación.

Como indicadores de riesgos se van a obtener dos: la probabilidad $p[\tilde{\imath} \geq 0]$ que indica la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad real no negatividad con la operación y la probabilidad $p[\tilde{\imath} \geq i^{*}]$ que muestra la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad real superior a la esperada. El primer indicador de riesgo se obtiene sumando todas las probabilidades diferidas de fallecimiento desde el momento en que la rentabilidad deja de ser negativa para pasar a ser positiva o nula, y hasta el final de la operación. Y el segundo indicador de riesgo, se obtiene sumando las probabilidades diferidas de fallecimiento a partir del pago del término del seguro en el que el tipo de interés real supera por primera vez al tipo de interés esperado, y hasta el final de la operación.

En este caso, como no se producen rentabilidades negativas a lo largo del periodo considerado, la probabilidad de obtener una rentabilidad real mayo o igual que cero se obtiene sumando todas las probabilidades diferidas de fallecimiento desde t=1 y hasta t=20. Esta probabilidad vale $p[\tilde{\imath} \geq 0] = 0{,}126982955$=12,7%.

El segundo indicador de riesgo es $p[\tilde{\imath} \geq i^{*}] = 0{,}106097821 = 10{,}61\%$ y se ha obtenido sumando todas las probabilidades diferidas de fallecimiento desde $t = 1$ y hasta $t = 18$, ya que en los dos últimos periodos la rentabilidad real obtenida es inferior a la rentabilidad esperada de la operación.

5. CONCLUSIONES

Aunque la normativa española en materia de seguros exime a ciertas modalidades del ramo de vida de la obligación de proporcionar información sobre la rentabilidad esperada de la operación, y no especifica para su cálculo, la ley financiera de capitalización ni los gastos de la entidad aseguradora, existe una obligación legal de informar a los asegurados acerca de la rentabilidad esperada que pueden obtener en las operaciones de ahorro que contratan.

En este trabajo se calcula esta rentabilidad esperada para una operación de seguro mixto simple en la que se combinan dos tipos de seguros, un seguro de fallecimiento y uno de ahorro, y para el caso de que se contrate a prima pura. Debido a la naturaleza aleatoria de dicha operación, el proceso consiste inicialmente en obtener la distribución de probabilidad de una variable aleatoria que denominamos valor actual del beneficio del producto. A partir de esta distribución, se calcula el tipo de interés efectivo esperado, estableciendo que la esperanza matemática de dicha variable sea igual a cero.

La rentabilidad real de la operación se obtiene a partir del análisis de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria tanto efectivo anual de rendimiento.

La información proporcionada por ambas rentabilidades se complementa con el cálculo de dos indicadores de riesgo que se obtienen a partir de las probabilidades diferidas de fallecimiento, y que informan sobre la probabilidad de pérdida de la operación y sobre la probabilidad de obtener una rentabilidad real superior a la esperada según ocurra o no la contingencia prevista y el momento en el que dicha contingencia se produzca.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alegre Escolano, P & Sáez Madrid, J. (1991). Sobre la denominada tasa de rentabilidad financiero fiscal. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 67, 465-487.

Circular 15/1988, de 5 de diciembre, sobre las obligaciones de información de las Entidades de Depósito a la clientela. Banco de España, 1988. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/1988/12/16/pdfs/A35268- 35274.pdf.

Devesa Carpio, J. E., Devesa Carpio, M., Alonso Fernández, J. J., Domínguez Fabián, I., Meneu Gaya, R. & Encinas Goenechea, B. (2016). El reto de las entidades aseguradoras ante la introducción de la rentabilidad esperada en España. *Universia Business Review*, *52*, 168-197.

Gerber, H. (1997). *Life Insurance Mathematics*. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. K.

Moreno Ruiz, R., Trigo Martínez, E., Gómez Pérez-Cacho, O. & Escobar López, R. N. (2017). *Rentabilidad esperada en seguros de vida: análisis actuarial de la metodología de cálculo a la luz de la Orden ECC/2329/2014*, de 12 de diciembre. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, *4ª época*, *23*, 102-128.

Devesa Carpio, J.E., Devesa Carpio, M., Alonso Fernández, J.J., Domínguez Fabián, I., Encinas Goenechea, B. & Meneu Gaya, R. (2013). "La rentabilidad actuarial como método de comparación de las operaciones financieras y aseguradoras". En E. Gómez, M. Guillén y F. Vázquez (eds.): *Investigaciones en Seguros y Gestión de Riesgos: Riesgo 2013. Madrid, Fundación Mapfre,* pp. 85-98.

Directiva 2009/138/UE. Directiva del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II) (25 de noviembre de 2009). https://www.boe.es/doue/2009/335/L00001-00155.pdf

Pérez-Fructuoso, M. J. & Alegre Escolano, A. (2021a). Cálculo de la rentabilidad financiero-fiscal de una operación de capital diferido a prima periódica. INNOVAR, 31(80), 29-43.

Pérez-Fructuoso, M. J. & Alegre Escolano, A. (2021b). Rentabilidad financiero-fiscal de las rentas de jubilación temporales o vitalicias aseguradas y contratadas a prima única. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 4ª época, 27, 113-133. https://doi.org/10.26360/2021_5

Pérez-Fructuoso, M.J. & Alegre Escolano, A. (2019). Cálculo estocástico de la rentabilidad financiero-fiscal de una operación de capital al final del periodo de fallecimiento del asegurado. *Revista de Investigación Operacional*, vol. 40, n 4, 475-495.

Pérez-Fructuoso, M.J. & Alegre Escolano, A. (2018a). Cálculo de la rentabilidad esperada y cuantificación del riesgo en una operación de ahorro de capital diferido a prima (pura y comercial) única. Rect@, vol 19, n 1, 17-34.

Perez-Fructuoso, M. J. & Alegre Escolano, A. (2018b). Estudio de la rentabilidad de una renta de jubilación contratada a prima pura (única y periódica), 50 Rev. Ibero-Latinoam.Seguros, 209-226. https://doi.org/10.11144/Javeriana.ris50.errj

Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. Recuperado de https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2015-13057.