

Metodología para el cálculo de armónicos de fuerza magnetomotriz y su relación con las componentes de secuencia de la fem de ranura¹

Calculation methodology of the harmonic magnetomotive force and its relationship with the sequence components slot fem²

Metodologia para o cálculo de harmônicos de força magnetomotriz e seu relacionamento com as componentes de sequencia da FEM de ranhura³

*Luis Carlos Castro-Heredia⁴
José Luis Oslinger-Gutiérrez⁵*

SICI: 0123-2126(201307)17:2<339:MCAFMR>2.0.TX;2-N

¹ Fecha de recepción: 12 de diciembre de 2011. Fecha de aceptación: 9 de octubre de 2012. Este artículo fue desarrollado por el Grupo de Investigación en Conversión de Energía (Convergencia), de la Universidad del Valle, Cali, Colombia.

² Received: December 12, 2011. Accepted: October 9, 2012. This article is developed by the Research Group on Energy Conversion (Convergencia) of the Universidad del Valle, Cali, Colombia.

³ Data de recebimento: 12 de dezembro de 2011. Data de aceitação: 9 de outubro de 2012. Este artigo foi desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Conversão de Energia (Convergencia), da Universidad del Valle, Cali, Colômbia.

⁴ Ingeniero electricista y estudiante de Doctorado de la Universidad del Valle. Integrante del Grupo de Investigación en Conversión de Energía (Convergencia) de la Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Correo electrónico: luis.carlos.castro@correounivalle.edu.co

⁵ Ingeniero electricista y doctorado en Ingeniería de la Universidad del Valle. Profesor asistente de la Universidad del Valle, Cali, Colombia. Correo electrónico: jose.oslinger@correounivalle.edu.co

Resumen

En este artículo se propone un nuevo método para el cálculo del espectro armónico relativo de fuerza magnetomotriz por fase, basado en la generalización del cálculo de los factores de distribución del devanado e incluyendo la matriz F de Fourier y la matriz C de representación espacial del devanado en los cálculos. En la metodología propuesta, los factores de distribución del devanado se calculan considerando todos los polos de la máquina y no solo para un par de polos, como se muestra en algunos libros de texto. Adicionalmente, en este artículo se analizaron los devanados en régimen desequilibrado a través del cálculo de las componentes de secuencia de la fuerza electromotriz de ranura en vacío, y dichas componentes se relacionaron con el espectro armónico de fuerza magnetomotriz por fase en régimen simétrico. Los métodos de cálculo fueron implementados y validados en una aplicación Java. De los resultados se obtuvo un método para calcular el espectro armónico de fuerza magnetomotriz por fase aplicable a devanados de cualquier distribución espacial, así como una metodología para representar un sistema asimétrico de m fases, por medio de las componentes de secuencia de la estrella de fuerza electromotriz de ranura en vacío.

Palabras clave

Armónicos, componentes de secuencia, factor de distribución, Fourier.

Abstract

In this paper we propose a new method to calculate the relative harmonic spectrum of the magnetomotive force per phase, based on the generalization of calculating the winding distribution factors and including the Fourier matrix F and matrix C of the winding spatial representation in the calculations. In the proposed methodology, the winding distribution factors are calculated taking into account all poles of the machine and not only a couple of poles, as illustrated in some textbooks. In addition, in this article we analyzed the unbalanced regime windings through the calculation of the components of the electromotive force sequence in empty slot, and these components were related to the harmonic spectrum of the magnetomotive force per phase in symmetric regime. The calculation methods were implemented and validated in a Java application. From the results we proposed a method for calculating the magnetomotive force harmonic spectrum by phase which may be applied to windings of any spatial distribution, as well as a methodology to represent an asymmetrical system of m phases, through sequence components of electromotive force of slot in vacuum.

Keywords

Harmonics, sequence components, distribution factor, Fourier.

Resumo

Neste artigo propõe-se novo método para o cálculo do espectro harmônico relativo de força magnetomotriz por fase, baseado na generalização do cálculo dos fatores de distribuição do bobinado que inclui a matriz F de Fourier e a matriz C de representação espacial do enrolamento nos cálculos. Na metodologia proposta, os fatores de distribuição do bobinado calculam-se considerando todos os polos da máquina e não tão somente um par de polos, como mostrado em alguns livros de texto. Adicionalmente, neste artigo analisaram-se os enrolamentos em regime desequilibrado através do cálculo das componentes de sequência da força electromotriz de ranhura a vazio, e tais componentes relacionaram-se com o espectro harmônico de força magnetomotriz por fase em regime simétrico. Os métodos de cálculo foram implementados e avaliados em uma aplicação Java. Dos resultados foi obtido método para calcular o espectro harmônico de força magnetomotriz por fase aplicável a enrolamentos de qualquer distribuição espacial, assim como uma metodologia para representar um sistema assimétrico de m fases, por intermédio das componentes de sequência da estrela de força eletromotriz de ranhura a vazio.

Palavras-chave

Harmônicos, componentes de sequência, fator de distribuição, Fourier.

1. Introducción

El espectro armónico de fuerza magnetomotriz Fmm generado por el devanado del estátor de máquinas de corriente alterna depende de la simetría del campo magnético dada por la distribución espacial de las bobinas en el estátor. De esta forma, cada máquina con Z ranuras, $2p$ polos y m fases crea un campo de Fmm definido. A su vez, la amplitud de cada una de las componentes armónicas depende del factor de distribución $Kdis$, del factor de acortamiento $Kred$, del número de espiras w , de los pares de polos p y de la magnitud de la corriente I que circula por el devanado.

El factor de distribución $Kdis$ se define como la relación de la suma geométrica de la fuerza electromotriz Fem de un devanado repartido a la Fem, de un devanado concentrado con un mismo número de espiras. En devanado con un número entero de bobinas por polo y fase q la periodicidad del devanado corresponde a un par de polos, o lo que es lo mismo, la distribución de las bobinas en el estátor se repite idénticamente cada par de polos. De esta forma, bastaría con aplicar la definición anterior solamente para un par de polos que daría como resultado la ecuación (4), tal como se aplica en Liang y Luy (2006), Chen y Zhu (2010), y Grop, *et al.* (2008). Para devanados con un número q fraccionario, la periodicidad del devanado puede ser diferente a un par de polos; por consiguiente, el método de cálculo anterior no puede ser aplicado directamente en el cálculo del espectro armónico de Fmm.

En Wach (1998) se calcula el espectro armónico relativo de Fmm por fase de devanados de q fraccionario relacionando los factores de devanado $Kdev = Kdis * Kred$ del armónico v -ésimo con el factor de devanado de la componente principal. El autor propone una metodología de cálculo para el factor $Kdis$ del v -ésimo armónico que considera todos los polos de la máquina y no solo un par de ellos, y puede ser extendida a devanados de q entero. Cabe mencionar que es necesario calcular previamente el orden de los armónicos existentes en el espectro, para, posteriormente, calcular los factores de devanado correspondientes a cada armónico.

En este artículo se propone un método de cálculo que generaliza el método propuesto por Wach (1998), el cual incluye el uso de la matriz F de Fourier, que puede ser aplicado a devanados de cualquier distribución espacial y elimina el cálculo previo del orden de los armónicos que componen el espectro de Fmm por fase. Adicionalmente, el análisis de la matriz F de Fourier permitió obtener otros resultados, como las componentes de secuencia de la estrella de Fem inducida en vacío y relacionar las componentes de secuencia de Fem con el espectro armónico de Fmm por fase. Los resultados del método de cálculo propuesto fueron comparados con los obtenidos por Wach (1998), mediante la implementación de un algoritmo en una aplicación Java.

En la sección 2 se hace el desarrollo matemático de la definición del factor $Kdis$ cuando se considera el periodo del devanado igual a un par de polos, mientras que en la sección 3 se obtiene el factor $Kdis$ para devanados de cualquier distribución espacial. En la sección 4, basados en los resultados anteriores, presentamos un nuevo método generalizado para calcular automáticamente el factor $Kdis$ y el espectro armónico relativo de Fmm por fase, que puede ser aplicado a devanados de cualquier distribución espacial. En la sección 5 se obtiene el sistema de componentes de secuencia de la estrella de Fem de ranura, y en la sección 6 mostramos la relación entre las componentes de secuencia de la Fem de ranura con el orden de los armónicos de Fmm por fase.

2. Cálculo del factor de distribución en un devanado de q entero

Matemáticamente, el factor de distribución $Kdis$ aplicado a un devanado de q entero se calcula como la razón entre la suma fasorial de la Fem de las q bobinas ubicadas debajo de un par de polos, y la suma algebraica de la Fem de un devanado concentrado con el mismo número de bobinas, como se indica en la ecuación 1 (Kostenko y Piotrovski, 1976; Ivanov-Smolenski, 1988).

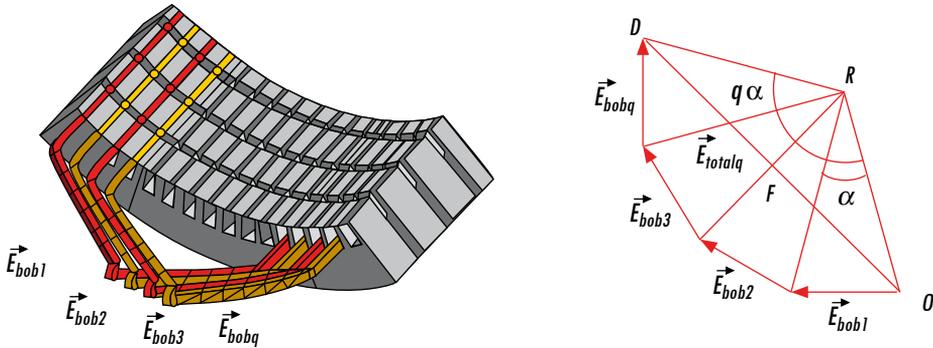
$$Kdis_q = \frac{\vec{E}_{totalq}}{qE_{bob}} \quad (1)$$

Donde \vec{E}_{totalq} representa la Fem fasorial total de las q bobinas y E_{bob} representa la Fem inducida en una sola bobina, tal que se cumple que:

$$|\vec{E}_{bob1}| = |\vec{E}_{bob2}| \dots = |\vec{E}_{bobq}| \quad (2)$$

La definición del factor $Kdis$ en la ecuación 1 no puede ser evaluada directamente, porque se desconocen los valores de la Fem inducida en las bobinas, por lo que se acude a un análisis gráfico (figura 1).

Figura 1. Fem de un devanado distribuido con $y = \tau$ y $q = 4$



Fuente: presentación propia de los autores.

De esta forma, el segmento OD representa la Fem fasorial resultante de las q bobinas.

$$OD = \vec{E}_{totalq} \tag{3}$$

Geoméricamente, el segmento OD puede ser representado como parte del triángulo OFR. De modo que la ecuación 1 se transforma en la ecuación 4.

$$Kdis_q = \frac{\text{sen}\left(\frac{q\alpha}{2}\right)}{q\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}; \quad \alpha = \frac{2\pi}{Z} p \tag{4}$$

Este resultado, por su parte, depende de parámetros conocidos como el número de bobinas por polo y fase q , y el ángulo eléctrico entre ranuras α . La limitación de este resultado es que no puede ser aplicado a devanados de q fraccionario. En la siguiente sección se calculará el factor $Kdis$ para devanados de cualquier distribución espacial.

3. Cálculo del factor de distribución para cualquier tipo de devanado

La ecuación 1, en la sección anterior, también puede ser deducida analíticamente. Para ello, representemos (3) en términos de la Fem de bobina.

$$\vec{E}_{totalq} = \vec{E}_{bob1} + \vec{E}_{bob1} \angle \alpha + \vec{E}_{bob1} \angle 2\alpha \cdots + \cdots \vec{E}_{bob1} \angle (q-1)\alpha \tag{5}$$

Reescribiendo la ecuación 5 en términos del operador a se obtiene la ecuación 6.

$$a = e^{j\alpha}; \quad \vec{E}_{totalq} = \begin{bmatrix} E_{bob1} & \dots & E_{bobq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^0 & a^1 & \dots & a^{q-1} \end{bmatrix}^T \tag{6}$$

Sustituyendo la ecuación 6 en la ecuación 1, el factor $Kdis$ queda definido alternativamente como en la ecuación 7:

$$Kdis_q = \frac{1}{q} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a^0 \\ a^1 \\ \vdots \\ a^{q-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Sin embargo, los valores de q aún están limitados a valores enteros. Para extender este resultado a los devanados de q fraccionario, incluimos en la ecuación 6 la matriz C (Wach, 1998).

La matriz C en la ecuación 8, también conocida como matriz de restricciones, tiene una dimensión ($m \times Z$), es decir, tiene tantas columnas como ranuras en el estátor y tantas filas como fases. Cada fila representa la distribución espacial de las bobinas de una fase en el estátor, donde un “1” representa una bobina debajo de un polo magnético, un “-1” representa una bobina debajo de un polo magnético de polaridad contraria y un “0” significa que en la ranura hay una bobina que pertenece a otra fase. En devanado de doble capa, la matriz C solo representa la capa superior, pues la capa inferior es idéntica y desplaza un ángulo fijo.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Combinando la ecuación 8 con la 6, se obtiene la ecuación 9.

$$\vec{E}_{fase} = \vec{E}_{bob1} C \begin{bmatrix} a^0 & a^1 & \dots & a^{z-1} \end{bmatrix}^T \tag{9}$$

Nótese que el vector columna del operador a ahora se extiende hasta a^{z-1} y que el resultado de la ecuación 9 es la componente principal de la Fem inducida

total por fase. Aplicando de nuevo la definición de la ecuación 1, se obtiene el factor $Kdis$ de la componente principal como en la ecuación 10.

$$[Kdis]_{m \times 1} = \frac{m[C]}{Z} [a^0 \quad a^1 \quad \dots \quad a^{z-1}]^T \quad (10)$$

El factor $Kdis$ obtenido mediante la ecuación 10 es válido para devanados de q entero y fraccionario gracias a que la matriz C es construida de acuerdo con la distribución espacial de cualquier tipo de devanados. Cabe mencionar que los factores $Kdis$ corresponden a la magnitud de los fasores obtenidos en la ecuación 10.

4. Nuevo método de cálculo del espectro armónico de Fmm por fase

La amplitud del v -ésimo armónico de Fmm para un devanado de q entero por fase (Kostenko y Piotrovski, 1976, p 111) se calcula de acuerdo con la ecuación 11.

$$Fmm_{fvm} = 0,9 \frac{\omega K_{disv} K_{redv}}{vp} I \quad (11)$$

Donde ω es el número de espiras totales por fase, I es el valor eficaz de la corriente por fase y el factor $Kred$ (ecuación 12) es el factor de reducción del paso de bobina que cuantifica la relación entre el paso acortado de bobina y y el paso diametral τ .

$$K_{redv} = sen\left(\frac{v\beta\pi}{2}\right); \quad \beta = \frac{y}{\tau} \quad (12)$$

Diferentes autores (Bianchi, *et al.*, 2006) han concluido que el orden de los armónicos de Fmm por fase está determinado por la simetría de la curva de campo magnético a lo largo del estátor. Esta simetría es cuantificada por medio del parámetro t , que representa la periodicidad de la curva de Fmm tal como se muestra en la ecuación 13.

$$t = M.C.D \{Z, p\} \quad (13)$$

Así, el orden de los armónicos de Fmm por fase queda determinado como en la tabla 1.

Tabla 1. Orden de los armónicos de Fmm por fase

Z/t es par	Z/t es impar
$V = (2n-1)t$	$v = nt$
$n = 1, 2, 3, \dots$	

Fuente: Bianchi, *et al.*, 2006.

En los devanados de q entero la relación Z/t siempre es par y por lo tanto $t = p$. En consecuencia, considerando solo un par de polos como el periodo de la curva de Fmm, algunos autores prefieren afirmar que el orden de los armónicos es $v = (2n-1)$. El resultado mostrado en la tabla 1 sigue siendo válido toda vez que se considere como $2p$ (el total del número de polos) el periodo de la curva de Fmm.

La amplitud relativa de los armónicos de Fmm por fase respecto a la componente principal se muestra en la ecuación 14. Nótese que en esta desaparece el término I , debido a que todos los armónicos son creados por la misma corriente.

$$Fmm'_{fvm} = \frac{p K_{disv} K_{redv}}{v K_{dis1} K_{red1}} \tag{14}$$

Para calcular los factores en la ecuación 14 para el v -ésimo armónico, el operador a en la 6 y 10 deben modificarse, como se muestra en la ecuación 15.

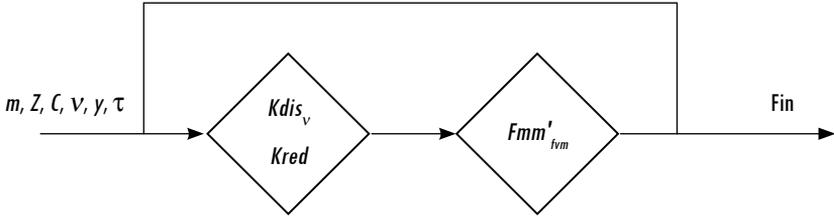
$$a = e^{j\frac{2\pi}{Z}}, [Kdis_v] = \frac{m[C]}{Z} \begin{bmatrix} a^0 & (a^1)^v & \dots & (a^{(z-1)})^v \end{bmatrix}^T \tag{15}$$

Aquí se observa que la ecuación 10 es un caso particular de la ecuación 15 para cuando $v = p$. El diagrama de flujo de la figura 2 muestra cómo calcular la amplitud relativa de los Z primeros armónicos de Fmm por fase empleando el método generalizado (ecuación 15).

Ya sea que se calcule la amplitud absoluta o la amplitud relativa de los armónicos de Fmm (ecuaciones 11 y 14), requieren el orden de los armónicos que componen el espectro como variable de entrada, siguiendo la tabla 1, por ejemplo.

Con el objetivo de evitar el cálculo previo del orden de los armónicos, se propone el siguiente análisis: el vector columna del operador a puede expandirse y modificarse hasta obtener una matriz cuadrada de dimensión $Z \times Z$ (ecuación 16) que cumple las propiedades de la matriz F de Fourier (Lara, 2001).

Figura 2. Cálculo del espectro armónico relativo de Fmm para los primeros Z armónicos



Fuente: presentación propia de los autores.

$$\left[F_{ij}^* \right] = \frac{1}{\sqrt{Z}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & (a^1)^1 & (a^1)^2 & \dots & (a^{Z-1})^Z \\ 1 & (a^2)^1 & (a^2)^2 & \dots & (a^{Z-2})^Z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (a^{Z-1})^1 & (a^{Z-1})^2 & \dots & a \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{Z}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^1 & a^2 & \dots & a^{Z-1} \\ 1 & a^2 & a^4 & \dots & a^{Z-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & a^{Z-1} & a^{Z-2} & \dots & a \end{vmatrix} \quad (16)$$

La sucesión de $a^v = e^{j\frac{2\pi}{Z}v}$ es de periodo Z, es decir, para todo $a^{k+z} = a^k$ donde $k \in \mathbb{Z}_+$; de tal manera que hay solo Z elementos diferentes en F.

- Además por ser una matriz simétrica, $F_{ij} = F_{ji}$ para todo $i \neq j$ y $F^* = F^{-1}$
- Combinando la ecuación 16 con 15 y omitiendo el término $1/\sqrt{Z}$ se llega al resultado general de la ecuación 17.

$$\left[Kdis_v \right]_{j>1} = \frac{m[C][F^*]}{Z} \quad (17)$$

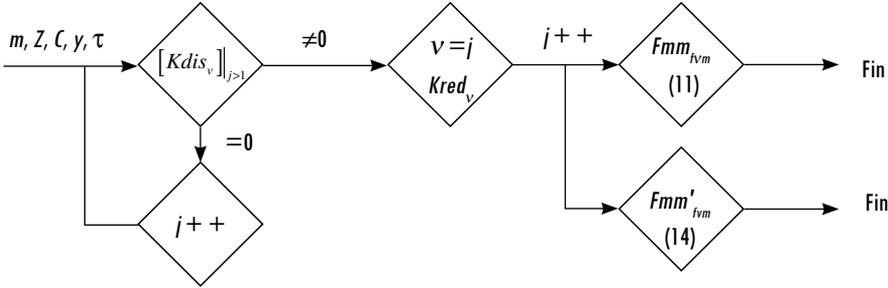
El diagrama de flujo de la figura 3 muestra que las variables de entrada para el cálculo de las ecuaciones 11 y 14, aplicando el resultado general de la 17, son únicamente los parámetros constructivos conocidos de la máquina, en los que no es necesario conocer el orden de los armónicos de Fmm, ya que se cumple que:

Si $\left[Kdis_v \right]_{j>1} \neq 0$, en el espectro de campo de Fmm por fase existe un armónico de orden $v=j$. En el caso contrario, no existe en el espectro un armónico de orden $v=j$.

De la inclusión de la matriz F de Fourier y la matriz C en la ecuación 17 puede concluirse que la matriz C permite calcular los factores $K_{dis\ v}$ para devanado de cualquier distribución espacial, mientras que la matriz F de Fourier permite calcular estos factores para los Z primeros armónicos de Fmm por fase prescindiendo del cálculo previo del orden de dichos armónicos. La ecuación

ción 17 constituye un nuevo método de cálculo del factor $K_{dis\ v}$, que puede ser implementado en la sistematización del cálculo de la amplitud relativa de los armónicos de Fmm por fase.

Figura 3. Método generalizado para el cálculo del espectro armónico de Fmm por fase



Fuente: presentación propia de los autores.

5. Matriz F de Fourier como matriz de transformación en componentes de secuencia

En la operación de las máquinas es frecuente que se presenten fallas en una sola bobina del devanado sin comprometer seriamente la integridad del estátor. Cuando un devanado está compuesto de un número grande de bobinas, es usual que se desconecte la bobina en falla y se retorne la máquina a operación. Este procedimiento está documentado en algunas referencias (Stone, *et al.*, 2003, EPRI Report EL-4059), indicando sus ventajas y limitaciones para la máquina.

El primer resultado obvio de desconectar la bobina en falla es la disminución de la Fem inducida de la fase a la que pertenece la bobina. Esta disminución de la Fem inducida puede ser cuantificada sustituyendo el valor correspondiente a la bobina en falla en la matriz C por un 0 y aplicando de nuevo la ecuación 9 para la componente principal de la Fem por fase, como se muestra en la ecuación 18.

$$\vec{E}_{fase} = \vec{E}_{bob1} [C_{falla}] [a^0 \ a^{1p} \ \dots \ a^{(Z-1)p}]^T \tag{18}$$

Para la bobina en falla ubicada en la ranura j de la fase i:

$$[C]_{ij} = 1 \ \vee \ -1 \text{ antes de falla}$$

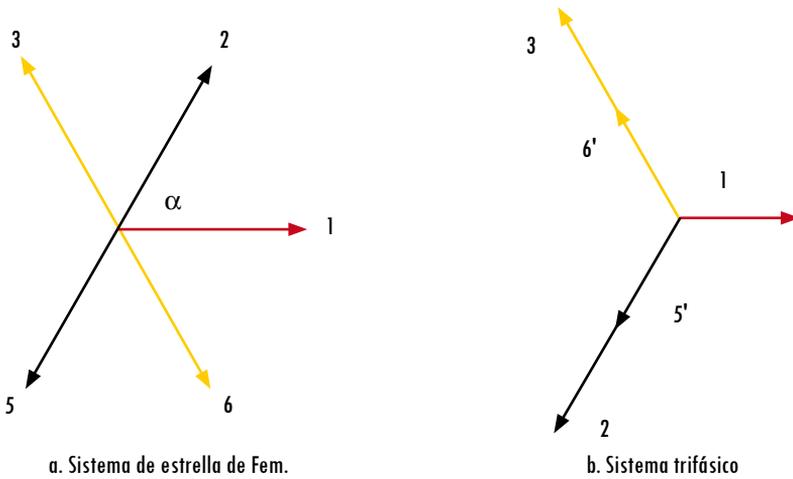
$$[C_{falla}]_{ij} = 0 \text{ después de falla} \tag{19}$$

Luego de falla, \vec{E}_{fase} forma un sistema de m fases desequilibrado, como se muestra en la figura 4 (b), para el caso de una máquina teórica de Z = 6, m = 3, y = 3 y 2p = 2 con falla en la bobina 4.

El cálculo tradicional de las componentes de secuencia del sistema de la figura 4 (b) llevaría a obtener tres grupos de secuencias para cada fase: positiva, negativa y cero, como se muestra en la ecuación 20.

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_+ \\ S_- \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \\ E_C \end{bmatrix}; \quad a = e^{j\frac{2\pi}{m}} \tag{20}$$

Figura 4. Sistema desequilibrado de $m = 3$, fases para una máquina teórica de $Z = 6$ y $2p = 2$ con falla en la bobina número 4.



Fuente: presentación propia de los autores

El operador a en la matriz de transformación en la ecuación 19 tiene un ángulo de 120° correspondiente al desfase entre los voltajes de un sistema trifásico. Para extender la definición de la ecuación 19 ahora al sistema Z -fásico (estrella de Fem) de la figura 4 (a), el ángulo por considerar será el ángulo entre ranuras, como se muestra en la ecuación 20. De esta forma se obtiene un conjunto de Z componentes de secuencia, como se muestra en la ecuación 21. Nótese que luego de expandir la matriz de transformación se obtuvo de nuevo la inversa de la matriz F de Fourier.

Mediante la ecuación 22 se obtiene cada uno de los Z fasores de la estrella de Fem como la suma de sus Z componentes de secuencia.

$$\begin{bmatrix} E_{bobj} \end{bmatrix}^T = E_{bob} \begin{bmatrix} a^0 & a^{1p} & \dots & a^{(Z-1)p} \end{bmatrix}; \quad a = e^{j\frac{2\pi}{Z}} \tag{20}$$

$$[S_i] = \frac{1}{Z} [F^*] [E_{bobj}] \quad (21)$$

$$[E_{bobj}] = [F] [S_i] \quad (22)$$

6. Resultados

Los métodos de cálculo en las ecuaciones 17, 19, 21 y 22 fueron implementados en una aplicación Java, la cual solicita los datos básicos constructivos del devanado para graficarlo y calcular el espectro armónico relativo de Fmm por fase y el conjunto de componentes de secuencia, tanto para el sistema m -fásico como para el sistema Z -fásico.

La figura 5 muestra el espectro armónico relativo de Fmm para la fase A de la máquina del ejemplo de la figura 4 obtenido mediante la aplicación.

Los resultados en la figura 5 son iguales a los obtenidos por Wach (1998).

La tabla 2 muestra las componentes de secuencia de la estrella de Fem de ranura (sistema Z -fásico) y las componentes de secuencia de la Fem total inducida (sistema m -fásico). Los cálculos son realizados considerando una Fem de bobina unitaria. La columna rotulada como E contiene el conjunto de fasores de Fem de ranura. Ya que la bobina de la ranura 4 falló, se desconectó del devanado y por eso la magnitud de su Fem es $0 \angle 0^\circ$. Por otra parte, se observa que cada uno de estos valores de Fem de ranura es la suma de sus componentes de secuencia; desde S_0 hasta S_5 , para este caso particular.

La transformación del sistema Z -fásico de nuevo al sistema m -fásico se logra mediante la agrupación de todas las bobinas que pertenecen a una misma fase. De esta manera, la Fem inducida total por fase será la suma fasorial de la Fem de las bobinas que pertenecen a dicha fase, que a su vez serán la suma de sus Z componentes de secuencia. Para la fase C del ejemplo, su Fem total sería la suma de la Fem de la bobina 2 y de la bobina 5, o también sería la suma de las seis componentes de secuencia de la bobina 2 más las seis componentes de secuencia de la bobina 5.

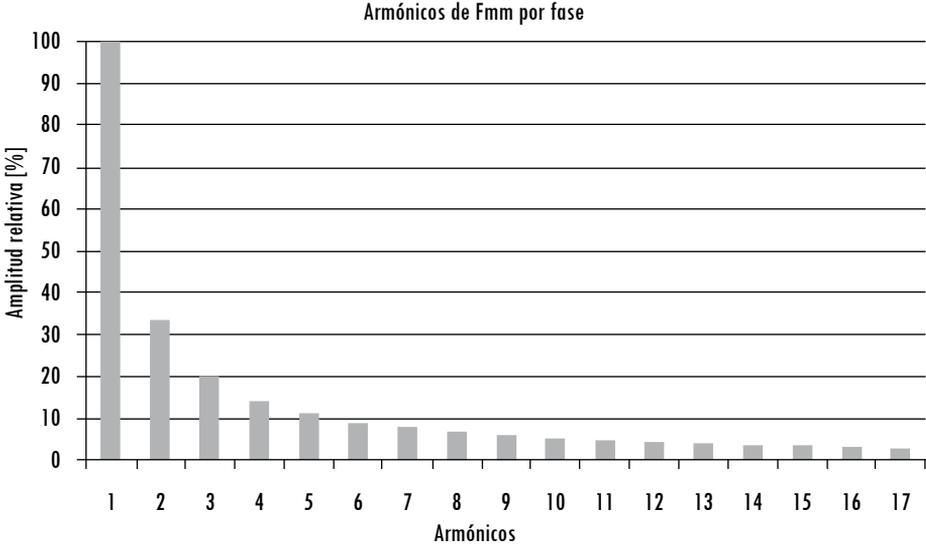
Otro resultado obtenido es que si se suman componentes de la misma secuencia se llega a que las componentes de secuencia S_0 , S_2 y S_4 se anulan, mientras que las S_1 , S_3 y S_5 se adicionan a la Fem inducida total por fase. A partir del resultado anterior se pudo concluir que para cualquier tipo de devanado el orden de las componentes de secuencia que no se anulan corresponde al orden de los armónicos del espectro de Fmm por fase del sistema equilibrado, como se resume en la tabla 3. Adicionalmente, la magnitud relativa de los armónicos de Fmm por fase es proporcional a la amplitud de las componentes de secuencia resultantes por fase.

Tabla 2. Componentes de secuencia por fase y de la Fem de ranura para la máquina teórica de $Z = 6$, $m = 3$, $y = 3$ y $2p = 2$ con falla en la bobina número 4

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	E
E1	$0,167 < 0$	$0,833 < 0$	$0,167 < 0$	$0,167 < 180$	$0,167 < 0$	$0,167 < 180$	$1,000 < 0$
E2	$0,167 < 0$	$0,833 < -60$	$0,167 < -120$	$0,167 < 0$	$0,167 < -240$	$0,167 < -120$	$1,000 < -60$
E3	$0,167 < 0$	$0,833 < -120$	$0,167 < -240$	$0,167 < -180$	$0,167 < -120$	$0,167 < -60$	$1,000 < -120$
E4	$0,167 < 0$	$0,833 < -180$	$0,167 < 0$	$0,167 < 0$	$0,167 < 0$	$0,167 < 0$	$0,000 < 0$
E5	$0,167 < 0$	$0,833 < -240$	$0,167 < -120$	$0,167 < -180$	$0,167 < -240$	$0,167 < -300$	$1,000 < 120$
E6	$0,167 < 0$	$0,833 < -300$	$0,167 < -240$	$0,167 < 0$	$0,167 < -120$	$0,167 < -240$	$1,000 < 60$
$\sum S_i A$	$0,000 < 0$	$1,667 < 0$	$0,000 < 0$	$0,333 < 180$	$0,000 < 0$	$0,333 < 180$	$1,000 < 0$
$\sum S_i C$	$0,000 < 0$	$1,667 < 120$	$0,000 < 0$	$0,333 < 180$	$0,000 < 0$	$0,333 < 60$	$2,000 < 120$
$\sum S_i B$	$0,000 < 0$	$1,667 < -120$	$0,000 < 0$	$0,333 < 180$	$0,000 < 0$	$0,333 < -60$	$2,000 < -120$
Fem fase A	$0,333 < 180$	$1,667 < 0$	$0,333 < 180$				
Fem fase B	$0,333 < 180$	$1,667 < -120$	$0,333 < -60$				
Fem fase C	$0,333 < 180$	$1,667 < -240$	$0,333 < -300$				

Fuente: Presentación propia de los autores. Resultados arrojados por la aplicación Java.

Figura 5. Espectro de Fmm por fase para la máquina teórica de $Z = 6$, $2p = 2$ y $\gamma = 3$



Fuente: presentación propia de los autores.

Un resultado similar es obtenido en Bajza y Solymoss (1995), donde se relaciona el espectro armónico de Fmm con las componentes de secuencia de las corrientes de ranura. El autor concluye que las componentes de secuencia de las corrientes de ranura establecen la serie de Fourier del espectro armónico de Fmm; las componentes de secuencia de las corrientes de ranura son proporcionales a los factores de devanado.

Tabla 3. Relación entre el espectro armónico de Fmm por fase del sistema equilibrado y las componentes de secuencia por fase del sistema desequilibrado

Fmm	Componentes de secuencia
Orden del v -ésimo armónico	Orden de la componente simétrica S_i resultante
1	S_1
3	S_3
5	S_5
7	
$2k-1$	

Fuente: presentación propia de los autores.

Las filas con rótulo $\sum S_i$ A, B y C y columna S_i forman un sistema m -fásico de secuencia positiva, S_3 un sistema de secuencia cero y S_5 un sistema de secuencia negativa. En devanados de más de seis bobinas se obtendría más de un grupo de componentes de secuencia positiva, negativa y cero.

La aplicación Java desarrollada permitió validar como resultado general que la sumatoria de todos los grupos de componentes de secuencia positiva es igual a la componente de secuencia positiva que se obtendría aplicando la ecuación 19 al sistema de la figura 4b y que se ilustra en las tres últimas filas de la tabla 2. De igual forma se aplica para la componente de secuencia negativa y cero.

Cuando se desconectan bobinas en falla de un devanado, el cálculo de las componentes de secuencia del sistema Z -fásico (estrella de Fem) permite calcular las componentes de secuencia del sistema m -fásico de tensiones en los terminales de salida de la máquina y así conocer su nivel de desequilibrio sin necesidad de realizar mediciones en terminales.

7. Conclusiones

El cálculo del factor de distribución $Kdis$ por medio del nuevo método propuesto en la ecuación 17 puede aplicarse para el análisis de Fmm por fase de máquinas eléctricas con devanados de cualquier distribución espacial. De hecho, si los factores $Kdis$ calculados difieren entre las fases, permite concluir que el devanado no es simétrico.

La inclusión de la matriz F de Fourier en el cálculo del espectro armónico de Fmm por fase determina directamente el orden de los armónicos existentes. Esto tiene dos ventajas: evita al usuario calcular previamente el orden de tales armónicos, reduciendo errores en el proceso de cálculo, y determina los armónicos resultantes cuando existen asimetrías en el devanado.

El análisis de componentes de secuencia para devanados en régimen desequilibrado apoyado en las propiedades de la matriz F de Fourier tiene varias ventajas, entre ellas que permite calcular el sistema m -fásico de Fem de una máquina después de desconectar bobinas de su devanado. Para esto, basta con conocer la ubicación de la bobina en falla y calcular el sistema de componentes de secuencia para el sistema Z -fásico de la estrella de Fem de ranura.

Los resultados obtenidos de la aplicación Java permitieron validar que el orden de las componentes de secuencia de la estrella de Fem coincide con el orden de los armónicos de Fmm por fase de un sistema equilibrado.

Referencias

- BAJZA, L.; SOLYMOSS, E. *Identificación de los Parámetros de la Máquina Asíncrona Mediante Pruebas en Funcionamiento y Determinación de su Característica de Torque-Deslizamiento en Todas sus Velocidades*. 1995.
- BIANCHI, N.; BOLOGNANI, S.; PRE, M. D., *et al.* Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2006, vol. 42, núm.4, pp. 997-1006.
- CHEN, J. T.; ZHU, Z. Q. Winding Configurations and Optimal Stator and Rotor Pole Combination of Flux-Switching PM Brushless AC Machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2010, vol. 25, núm 2, pp. 293-302.
- EPRI Report EL-4059, *Temporary Operation of Motor with Cut-Out Coils*. 1985.
- GROP, H.; SOULARD, J.; PERSSON, H.. Theoretical investigation of fractional conductor windings for AC-machines - definition, air-gap m.m.f. and winding factors. *IEEE 18th International Conference on Electrical Machines*, Vilamoura, 2008, pp. 1-6.
- IVANOV-SMOLENSKI, A. V. *Máquinas Eléctricas*. Moscú: Mir, 1988. 288 p.
- KOSTENKO, M. P.; PIOTROVSKI, L. M. *Máquinas Eléctricas Tomo II*. Moscú: Mir, 1976. 718 p.
- LARA, T. Matrices Circulantes. *Divulgaciones Matemáticas*. 2001, vol. 9, núm. 1, pp. 85-102.
- LIANG, X.; LUY, Y. Harmonic Analysis for Induction Motors. *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Ottawa, 2006, pp. 172-177.
- STONE, G. C.; BOULTER, E. A.; CULBERT, I. *et al.* *Electrical Insulation for Rotating Machines*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2003. 392 p.
- WACH, P. Algorithmic method of design and analysis of fractional-slot windings of AC machines. *Electrical Engineering*. 1998, vol. 81, núm. 3, pp. 163-170.