

MODELO PREDICTIVO UNIDIMENSIONAL INSPIRADO EN TEORÍA DEL CAOS Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES*

Nelson Obregón Neira**

Resumen: este trabajo presenta un nuevo modelo para predecir series de tiempo complejas basado en dos conceptos provenientes de la teoría del caos y en uno de los paradigmas de la inteligencia artificial. Se trata de la representación de observables en el espacio de fase y del entrenamiento de una Red Neuronal Artificial (RNA) para las variables resultantes en dicho espacio. Para el caso de identificación de dinámica caótica a partir del análisis no lineal de la serie de tiempo, el problema se reduce al entrenamiento de la RNA. Aunque no se requiere explícitamente identificar tal comportamiento para aplicar el modelo, sí es recomendable dados los resultados obtenidos en este trabajo. Al respecto, se puede apreciar que para un observable de un sistema dinámico caótico de baja dimensionalidad los resultados son excelentes, mientras que para una serie de tiempo con muchos grados de libertad, tales resultados sugieren una baja eficiencia en la predicción. En general, el modelo implica un problema de optimización ya que para lograr una adecuada representación en el espacio de fase se requiere estimar la dimensión de embotramiento (m) y el tiempo de rezago (τ). Tales parámetros, junto con los de la topología de la RNA, conforman un espacio de búsqueda 4-D, el cual para esta ocasión fue explorado en forma exhaustiva.

Abstract: *This work presents a new model to predict complex time series. It is based on two concepts coming from both Chaos Theory and Artificial Intelligence. Specifically, it uses both the phase space representation of observables and Artificial Neural Network (ANN) for predicting the resulting variables in such space. For the case when a chaotic dynamics*

* Este trabajo fue merecedor del Premio Socio a jóvenes investigadores colombianos, otorgado por la Sociedad Colombiana de Investigación de Operaciones (Socio) durante el II Congreso Colombiano y I Encuentro Andino de Investigación de Operaciones efectuado en Bogotá del 12 al 14 de septiembre de 2002.

** Ingeniero civil, Universidad Francisco de Paula Santander; magíster en ingeniería civil con énfasis en ingeniería de recursos hídricos, Universidad de los Andes; PhD en hidrología, University of California at Davis. Profesor asociado y director del grupo de investigación Hidrociencias, Departamento de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana.

behavior is identified via nonlinear time series analysis, the problem reduces to train the ANN. Although it is not required to identify such a behavior in order to apply the model, it is highly suitable given the obtained results in this work. In this light, it is noted that for an observable that does not come from a dynamical system showing low-dimensional chaos, the results suggest a poor efficiency in the prediction application. In general, the model implies an optimization problem, since in order to achieve an adequate phase space representation it is necessary to estimate the embedding dimension (m) and the time delay (τ). Such parameters along with other two related to the topology of ANN form a tetradimensional search space which for this case was explored in an exhaustive way.

1. INTRODUCCIÓN

En muchos campos de las ciencias las cantidades de interés fluctúan en el tiempo o en el espacio presentando patrones erráticos y aparentemente aleatorios. Ejemplos de esta situación se encuentran en los campos magnéticos y eléctricos en plasmas, en algunas cantidades solares, en patrones de turbulencia geofísica, en los datos hidroclimatológicos, en las variaciones de poblaciones biológicas y en variables que describen procesos económicos [Rowlands y Sprott, 1992]. Un problema común en el estudio de estos movimientos irregulares de los sistemas en cuestión es determinar si la evolución del sistema es gobernada por algún proceso estocástico (asociado con un número alto de grados de libertad) o si, por el contrario, éste puede ser interpretado en términos de la acción de pocos modos excitados que tienen comportamiento caótico, resultando en este último caso que un número pequeño de modos domina la dinámica del fenómeno y que, por consiguiente, es recomendable una aproximación de estudio basada en el concepto del **caos determinístico**. En este último caso el movimiento podría ser descrito como un sistema simplificado de ecuaciones diferenciales ordinarias, permitiendo que los sistemas con un comportamiento aparentemente complejo puedan ser simplificados en términos de sus descripciones físicas observables [Provenzale et al., 1991]. Este último paradigma ha mantenido la esperanza de que tales modelos simples puedan representar el mundo real.

En este orden de ideas, la detección de caos como un posible mecanismo subyacente a las series de tiempo observadas en la naturaleza (incluyendo aquéllas provenientes de fenómenos sociales y económicos regionales y globales) ha atraído la atención en la comunidad científica y tecnológica (ver por ejemplo [Packard et al., 1980], [Takens, 1981], [Grassberger y Procaccia, 1983], [Casdagli et al., 1991] y [Abarbanel et al., 1993]). Como consecuencia de lo anterior se ha generado una enorme batería de pruebas dirigidas a la discriminación entre comportamiento caótico y aleatorio. Así por ejemplo, se han desarrollado varios métodos para recuperar la dinámica de los sistemas en términos de una simple observación (serie de tiempo) [Takens, 1981], [Ruelle, 1994], [Abarbanel et al., 1993], [Abarbanel, 1988],

[Abarbanel et al., 1992] y [Casdagli et al., 1991], los cuales a su vez forman parte de la teoría y práctica del análisis no lineal de series de tiempo. Al final, la dinámica recuperada puede ser usada para estimar algunos atributos estadísticos invariantes de los atractores y de la dinámica misma. De esta forma se pueden explorar modelos basados en tales atributos para la realización de pronósticos a corto plazo. Por el contrario, si la dinámica del sistema es de dimensión alta, entonces la serie de tiempo en cuestión será estocástica para efectos prácticos, lo que sugiere la aplicación de otro tipo de modelos (por ejemplo, procesos estocásticos) para su estudio.

En este orden de ideas se enmarca el presente trabajo, que busca obtener una adecuada representación de la dinámica del sistema a partir de la reconstrucción del espacio de fase de un observable, de tal forma que se explore la posibilidad de mejorar las habilidades predictivas del sistema a partir de la aplicación de mapeos no lineales de entrada y salida tal y como lo permiten las RNA. El artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera: inicialmente se revisan los conceptos fundamentales de dinámica caótica e inteligencia artificial, con énfasis en las RNA; a continuación se presenta el diseño experimental y se discuten los resultados obtenidos, para finalmente presentar unos comentarios finales.

2. MARCO CONCEPTUAL

2.1. UNA REVISIÓN DE ANÁLISIS NO LINEAL DE SERIES DE TIEMPO

La dimensión de correlación [Grassberger y Procaccia, 1983] ha sido estudiada como una medida de la complejidad de un sistema dinámico y para distinguir entre sistemas caóticos de baja dimensionalidad y procesos estocásticos. Una medida relacionada con esta dimensión se obtiene utilizando el *Método de los Vecinos Falsos*, inicialmente introducido por Pettis et al. [1979] y reproducido en varias formas por otros investigadores. Un método geométrico para la estimación de la dimensión ha sido formulado por Abarbanel et al. [1992], el cual usa el concepto de vecinos cercanos para cada observación estableciendo si las trayectorias de la dinámica subyacente han sido propiamente estimadas para una cierta dimensión de empotramiento. Para revisar el concepto de *reconstrucción del espacio de fase* a partir de una serie de tiempo escalar, considérese que el sistema de interés se caracteriza por un espacio de estado d -dimensional \mathbf{z} . Así para un sistema autónomo la dinámica asociada a él podría ser representada por:

$$\frac{dz}{dt} = F(\mathbf{z}(t)) \quad (1)$$

Ahora, si se considera una serie de tiempo univariada $c_1, c_2, \dots, c_t, \dots$ para una de las d variables de estado, c , generadas por el sistema con tasa de muestreo ∂t , en este caso el sistema puede ser escrito como una ecuación diferencial ordinaria de orden superior en términos de una variable de estado simple c ,

$$C^d = f(c, \dot{c}, \dots, c^{d-1}) \quad (2)$$

Packard et al., [1980] y Takens [1981] introdujeron la noción de la reconstrucción del espacio de fase a partir de una serie de tiempo escalar observada. Al respecto, una idea central es la noción de espacio de fase, es decir, el espacio definido por $c(t)$, y sus derivadas $\dot{c}(t), \ddot{c}(t), \dots, c^{(d)}(t)$. Así el espacio de fase en la variable univariada c , es un sustituto del espacio de estado definido por \mathbf{z} . Las derivadas $\dot{c}(t), \dots, c^{(d)}(t)$, podrían estimarse numéricamente usando una aproximación de diferencias finitas a la serie $c(t)$. Sin embargo, tales estimados inducen un error de aproximación adicional que crece con d . Observando que la serie de tiempo se encuentra distribuida en tiempos discretos $0, \partial t, 2\partial t, \dots, k\partial t$, se puede definir un pseudo-espacio de fase usando coordenadas de rezago. Así, se puede definir un *vector de rezago* $\mathbf{c}_t = (c(t), c(t-\tau), \dots, c(t-(m-1)\tau))$, donde τ es un tiempo de rezago adecuado (múltiplo de ∂t) y m es una dimensión de empotramiento. De otra parte, en la literatura se encuentra una variedad de prescripciones para escoger un τ adecuado. En general, si τ es muy pequeño, las coordenadas no serán lo suficientemente independientes, lo que significa que no habrá pasado tiempo suficiente para que el sistema haya explorado de manera adecuada su espacio de fase para producir, en un sentido numérico práctico, nueva información acerca de su estructura [Abarbanel, 1988]. Cuando el τ seleccionado es muy grande y la dinámica es caótica, toda la información relevante para la reconstrucción del espacio de fase se pierde ya que las trayectorias cercanas divergen. En cualquier instancia parece existir consenso [Grassberger et al., 1991] en el hecho de que no se ha establecido un método óptimo único para escoger el valor de τ . El objeto final es encontrar un conjunto independiente de coordenadas tal que cada una de ellas que se adicione a la reconstrucción proporcione nueva información. Holzfuss y Mayer-Kress [1986] sugieren usar un valor de tiempo de rezago que corresponda a la función de autocorrelación cuando cruce la línea de cero. Tsonis y Elsner [1988] usaron un τ más grande que el tiempo de correlación, el cual definieron con el tiempo de rezago para el cual la función de autocorrelación presenta un valor de $1/e$. Graf y Elbert [1990] sugieren tomar el rezago para el cual la función es cero o para cuando sucede el primer mínimo local en ella. Otra posibilidad es tomar el valor del rezago para el primer mínimo local en la Función de Información Mutua, I [Fraser y Swinney, 1986]. Este último método tiene la ventaja que considera todas las relaciones, no solamente las de carácter lineal como en la función de autocorrelación. Así, I es intencionada

para medir la dependencia de los valores de $c_{t+\tau}$ sobre los valores de c_t como una función del tiempo τ .

2.2. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

La inteligencia artificial representa una parte importante de las tecnologías modernas para el siglo XXI. El progreso acelerado en la tecnología computacional proporciona un soporte importante para implementar la inteligencia artificial en las diversas aplicaciones del mundo real, utilizando tecnologías inteligentes tales como [Kosko 1992]: (i) sistemas expertos, (ii) sistemas difusos, (iii) redes neuronales, (iv) algoritmos genéticos, (v) aproximaciones de satisfacción restringida y (vi) aproximaciones de teoría del caos, entre otras. Todas las aproximaciones anteriores trabajan con varios tipos de bases del conocimiento. De esta forma, el control inteligente es la disciplina en la cual se desarrollan algoritmos de control que emulan ciertas características de los organismos biológicos inteligentes. Hay tres paradigmas del control inteligente [Delgado, 1998]: las redes neuronales, los sistemas difusos y los algoritmos genéticos. Las redes neuronales (RN), introducidas al principio de la década de 1940, representan una tecnología inteligente que utiliza el conocimiento experimental para razonar y resolver problemas específicos. Después de muchos años de desarrollos, las RN pueden ser usadas en problemas prácticos, después de llevar a cabo proyectos piloto [Haykin, 1994]. De igual forma los algoritmos genéticos (AG) son una técnica de optimización (matemática) y se pueden aplicar a cualquier problema que requiera encontrar un máximo o un mínimo. Así por ejemplo, los AG han encontrado varias aplicaciones en hidrofónica en los procesos de calibración de modelos y de entrenamiento de RN. Finalmente, los sistemas difusos son aquellos basados en reglas que utilizan lógica difusa para emular el razonamiento de un humano experto en una tarea específica; la persona y el sistema difuso manejan información real, inexacta y contaminada por ruido.

Las RN son procesadores paralelos masivos que almacenan información obtenida durante el aprendizaje y usan este conocimiento para razonar. En general, las RN poseen dos características: 1) son aproximadoras de funciones, 2) interpolan y parcialmente extrapolan funciones desconocidas utilizando el conocimiento aprendido de un patrón de datos de entrada y salida. Las RN constan de las siguientes partes: [Sincak et al., 1998]

- procesadores locales, neuronas, las cuales representan elementos del procesador y usualmente trabajan con múltiples entradas y una señal de salida univariada;
- conexiones interneurales, sinapsis, que son conexiones orientadas entre neuronas, a las que se les asignan pesos sinápticos en la forma de valores numéricos representando la base del conocimiento no estructural almacenado en las redes neuronales;
- la topología de la red neuronal, conocida también como la arquitectura de la red neuronal.

En las topologías por capas se pueden distinguir tres tipos de capas: capa de entrada, capas ocultas y capa de salida. La primera recibe los datos desde el mundo exterior y envía sus salidas hacia la siguiente capa, generalmente sin procesar. Las capas internas (ocultas) no interactúan de manera directa con el mundo exterior, sino que adicionan un grado de complejidad para permitir a la red operar, adicionando una representación interna del problema, la cual da a la red la habilidad para tratar (*robustement*) con problemas complejos inherentemente no lineales y luego enviar las salidas a la siguiente capa. Por otra parte, la capa de salida recibe las señales desde la capa previa (última capa oculta) y sus salidas son las salidas de la red. La salida de una neurona es calculada con una función de activación que se aplica a la suma ponderada (s) de las entradas a la neurona. La mayoría de los modelos utilizan la función logística [$f(s)=1/(1+e^{-s})$] o la función tangente hiperbólica [$f(s)=\tanh(s)$]. Los pesos en las RN expresan las resistencias relativas de las diversas conexiones para la transferencia de datos desde una capa hacia otra. En otras palabras, los pesos expresan la importancia relativa de cada entrada a la neurona. Estos son cruciales para las RN ya que son los medios por los cuales la red es ajustada repetidamente para producir las salidas deseadas, permitiéndole "aprender" [Sánchez et al., 1998].

Existe un gran número de arquitecturas y algoritmos para entrenar una RN [Vassiliadis, 1990]. En general, cada RN se asocia con algún algoritmo para aprender. La entrada a estos algoritmos consiste en un número finito de ejemplos de entrenamiento. Para los problemas de aprendizaje supervisado, cada ejemplo se asocia con una respuesta correcta (observación real de salida) desde las neuronas en la capa de salida de la red considerada. De otra parte, el aprendizaje no supervisado se conduce sin un "profesor", utilizando datos de entrenamiento que consisten sólo en patrones de entrada (sin su respectiva salida). Aquí la RN se entrena ella misma hasta alcanzar estabilidad, es decir, cuando los pesos alcanzan valores constantes. Este tipo de aprendizaje es recomendable para aplicaciones que tratan con el agrupamiento de datos de entrada, la reducción de las dimensiones de entrada y la compresión de datos, entre otros. La principal característica de esta aproximación no supervisada es que los resultados del procesamiento de los datos no son conocidos a priori, por lo que el "profesor" no puede ayudar con el entrenamiento de la red [Sincak et al., 1998]. Ejemplos de este tipo de aprendizaje son ART [Carpenter et al., 1988] y mapas de rasgos auto-organizantes de Kohonen [1984]. Para el campo de aplicación de relevancia en este artículo, y en general para los problemas en geociencias, el entrenamiento más recomendado es el supervisado ya que generalmente se dispone de patrones de entrada y de salida propios del problema considerado, como por ejemplo el caso de la precipitación en forma de lluvia que fuerza a un sistema altamente no lineal (las cuencas) para producir una salida, es decir, los caudales de escorrentía. En general, los problemas de aprendizaje supervisado pueden dividirse en dos categorías: problemas de redes libres y problemas de redes fijas. En las primeras se permiten cambios en la topología de

la red, mientras que en los problemas de red fija (o estáticas), se especifican las neuronas y sus conexiones, para que los pesos sean los únicos parámetros que puedan ser ajustados. Uno de los algoritmos supervisados más populares para las redes "alimentadas hacia adelante" (*feedforward*) es el denominado de propagación hacia atrás (*backpropagation*) desarrollado por Rumelhart et al. [1986]. El nombre de este algoritmo se debe a que durante el entrenamiento el error es propagado hacia atrás desde la capa de salida hacia la capa de entrada, ajustando los pesos solamente cuando el procedimiento se ha movido hacia la capa anterior. Este algoritmo es extremadamente lento, por lo que se han sugerido diversas variaciones para acelerarlo [Sánchez et al., 1998].

3. DISEÑO EXPERIMENTAL

Una vez establecido el marco conceptual requerido para la aplicación del modelo se presenta el diseño experimental para la discusión del modelo propuesto.

3.1. INFORMACIÓN UTILIZADA

El modelo fue calibrado y validado para tres series de datos:

- Serie x del modelo de Lorentz. Éste es un sistema de tres ecuaciones diferenciales abstraído por Lorentz en 1963 a partir de una aproximación galerkiana de las ecuaciones diferenciales parciales de la convección térmica en atmósfera más baja derivada por Salzman [1962]. Este modelo se ha convertido desde su aparición en la arena especial para probar ideas en análisis de dinámica no lineal. Las ecuaciones son: $dx/dt = \sigma(y-x)$; $dy/dt = -xz + rx - y$; $dz/dt = xy - bz$. En este caso se usaron los parámetros estándar de $\sigma = 16$; $b = 4$; y $r = 45,92$. En este régimen de parámetros las órbitas del sistema de Lorentz residen en un objeto geométrico de dimensión 2,06 y exhiben movimiento no-periódico y caótico. Tales ecuaciones fueron resueltas utilizando un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden con tiempo de paso de 0,01 segundos. Para el presente trabajo se empleó la serie de datos correspondiente a la solución para la variable $x(t)$, la cual es graficada en la Figura 1 para los 4999 primeros valores.
- Tormenta de Boston. Este conjunto de datos corresponde a uno de los registros hidrológicos más estudiados en el campo de dinámica no-lineal [Puente y Obregón, 1996], [Rodríguez-Iturbe et al., 1989]. Esta tormenta tuvo lugar en la ciudad de Boston en octubre de 1980 y fue registrada a intervalos de 15 segundos. En las ordenadas se encuentra la intensidad de la tormenta expresada en $100x\text{mm}/15\text{ s}$. La longitud del registro es de 1990 datos (Figura 2). Para el caso de esta tormenta en particular los resultados sugieren que existe una dinámica caótica de baja dimensión en donde la dimensión de embotramiento es de 4.

- Caudales mensuales en la estación de Juanchito (Colombia). Corresponde a un registro de 62 años (744 valores) de caudales medios mensuales sobre el río Cauca (Figura 3).

3.2. ANÁLISIS PRELIMINAR

Las Figuras 1, 2 y 3, además de contener la textura de los tres registros, presentan un análisis preliminar de los mismos que comprende el análisis de frecuencia y sus respectivos momentos, el periodograma, el correlograma y la Función de Información Mutua. Aunque puede notarse la complejidad de los datos (en la textura), los periodogramas sugieren un comportamiento periódico para el registro de caudales, mientras que para las otras dos series no se presentan frecuencias dominantes que coincidan con el comportamiento caótico de los sistemas. La función de autocorrelación también corrobora el anterior hecho. Ésta incluye los rezagos correspondientes para el primer mínimo local (pml) y para cuando se presenta un valor de $1/e$. Aunque el orden de magnitud del pml no difiere sustancialmente en los tres casos, sí pueden observarse discrepancias para el caso de la serie del sistema de Lorentz, las cuales pueden afectar la reconstrucción del espacio de fase.

3.3. CONCEPCIÓN DEL MODELO

Las RNA han permitido representar las relaciones no lineales en complejos problemas de geociencias e hidroeinformática (ver por ejemplo [Obregón, 2001], [Obregón et al., 2002]). Éstas han demostrado ser promisorias, por ejemplo para el problema de modelar el proceso lluvia-escorrentía en una cuenca y para la predicción de variables registradas en series de tiempo, tales como precipitaciones, caudales, temperaturas, etc. La idea de aplicar el modelo de RNA a una serie de tiempo reconstruida en el espacio de fase encuentra su razón de ser en la baja eficiencia predictiva para el caso cuando éstas eran aplicadas a registros cortos (ruidosos) de caudales sobre el mismo dominio de tiempo. De esta forma, bajo la premisa de considerar el proceso del escurrimiento de caudales como no-lineal (no necesariamente caótico) se procedió a concebir un modelo que permitiera asumir tal comportamiento y aproximar la predicción mediante el entrenamiento de una RNA tipo *perceptron* en el espacio de fase.

La topología de la RNA regresiva adiciona dos parámetros al proceso de calibración de modelo: el número de neuronas de la capa oculta (NN) y el orden de la regresión en el espacio de fase. En total se puede decir que el modelo propuesto incorpora cuatro parámetros enteros en el problema inverso; es decir, los dos anteriores más la dimensión de empotramiento (m) y el tiempo de rezago (τ). En este orden de ideas se desarrollaron programas de computador en *Fortran77* y *Matlab* que permitieran aproximar el problema inverso. En este caso se adoptó un esquema de búsqueda exhaustiva para encontrar el mejor conjunto de estos cuatro parámetros. Para el caso del sistema de Lorentz existía certeza sobre los valores de m y τ , por lo que la búsqueda se

redujo a los dos parámetros de la topología de la red. En menor grado sucedió lo mismo para el caso de la tormenta de Boston, aunque también se incluyó la búsqueda para los cuatro parámetros, sólo que en un espacio de búsqueda reducido. Para el registro de caudal —por la incertidumbre en su comportamiento dinámico (debido principalmente a la longitud de los datos) y a su naturaleza de valor agregado y eventualmente ruidoso— se procedió a incluir los cuatro valores en un rango amplio de búsqueda. De todas formas, los valores del pml obtenidos a partir de las funciones de autocorrelación y de información mutua sirvieron para delimitar la búsqueda de τ . Vale la pena mencionar que los tres registros fueron segmentados en dos partes, la primera de ellas correspondiente a las dos terceras partes del número inicial de datos que fueron destinados al proceso de calibración (entrenamiento) y una tercera parte de los datos que se utilizó para la validación del modelo.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las Figuras 4, 5 y 6 presentan los diagramas de dispersión para las tres series de datos. Como se puede apreciar en las figuras, y en los valores del coeficiente de correlación lineal reportados en la parte superior de los recuadros, los mejores resultados se obtienen en su orden para la serie de Lorentz, de Boston y, finalmente, para el registro de caudales. Este hecho sugiere la imposición al modelo de presentar un comportamiento caótico de baja dimensión, lo cual va de la mano con la naturaleza del modelo. No obstante, el pobre ajuste a la serie de caudales (la más estocástica para efectos prácticos) puede encontrar su razón de ser en el eventual carácter ruidoso de la información y la poca disponibilidad de ésta (tan sólo 744 valores). En la literatura existen varios algoritmos para el estudio de la naturaleza no-lineal (y caótica) de las series de tiempo [Wilches, 2002] los cuales deberán emplearse antes de implementar el modelo propuesto con el fin de lograr una mayor efectividad en el mismo.

5. COMENTARIOS FINALES

Este trabajo presenta un nuevo modelo inspirado en la Teoría del Caos y las Redes Neuronales Artificiales. Los resultados sugieren que se pueden lograr predicciones (de un intervalo de tiempo) excelentes en la medida en que la serie de tiempo analizada se asocie a una dinámica caótica (de baja dimensión). Mayor investigación deberá realizarse en torno a la implementación de este nuevo modelo, no sólo en lo referente a los análisis preliminares de los registros, sino también al mismo problema de optimización matemática y principalmente sobre el método de búsqueda. Al respecto se tiene previsto la implementación de algoritmos genéticos [Duan et al., 1993], “simulated annealing” [Press et al., 1987] y el método de la colonia de hormigas [Bowden et al., 2002], entre otros.

AGRADECIMIENTOS:

El autor agradece a la Ingeniera Marcela Rodríguez, estudiante del Programa de Maestría en Ingeniería de Recursos Hídricos de la Universidad Nacional de Colombia - sede Bogotá, quien muy amablemente realizó las Figuras 1, 2 y 3 y a la vez facilitó la información de los registros. De igual forma se reconoce el apoyo logístico de los recursos disponibles en el Grupo de Investigación Hidrociencias del Departamento de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Javeriana.

Figura 1. Serie X del sistema de Lorentz.

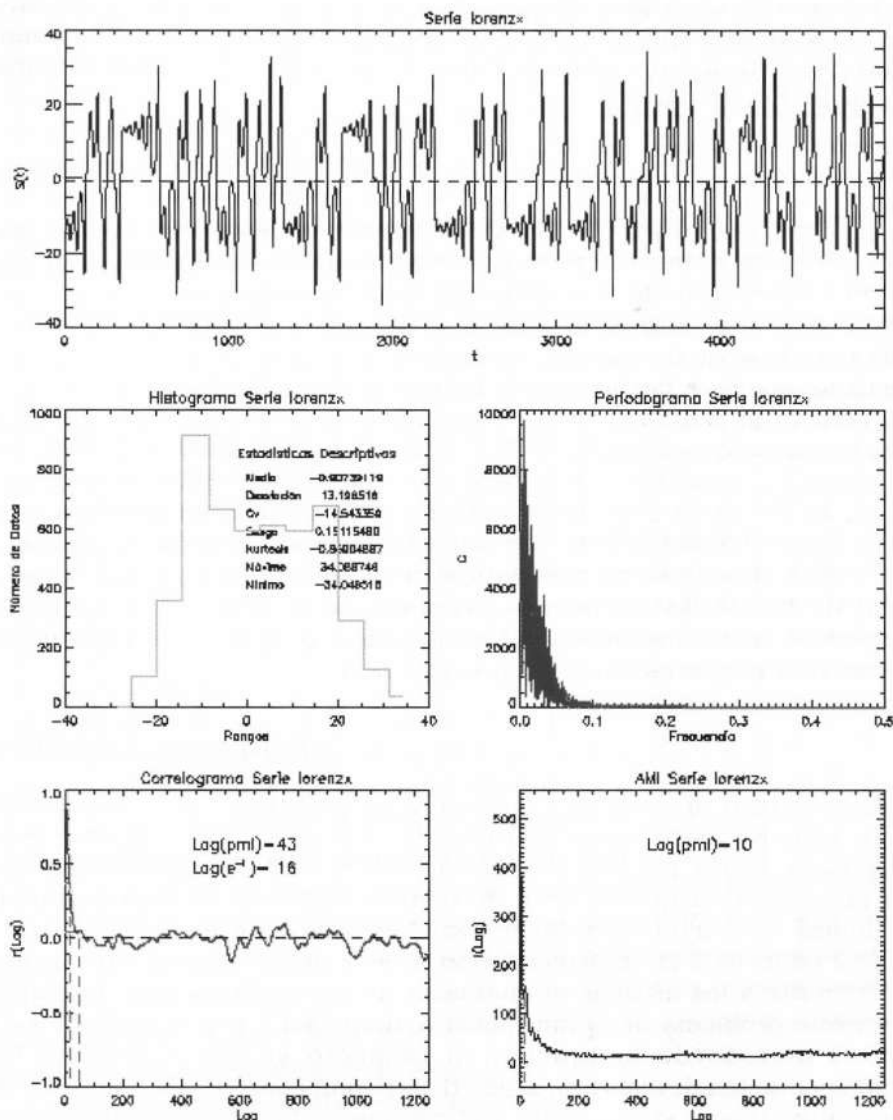


Figura 2. Tormenta de Boston.

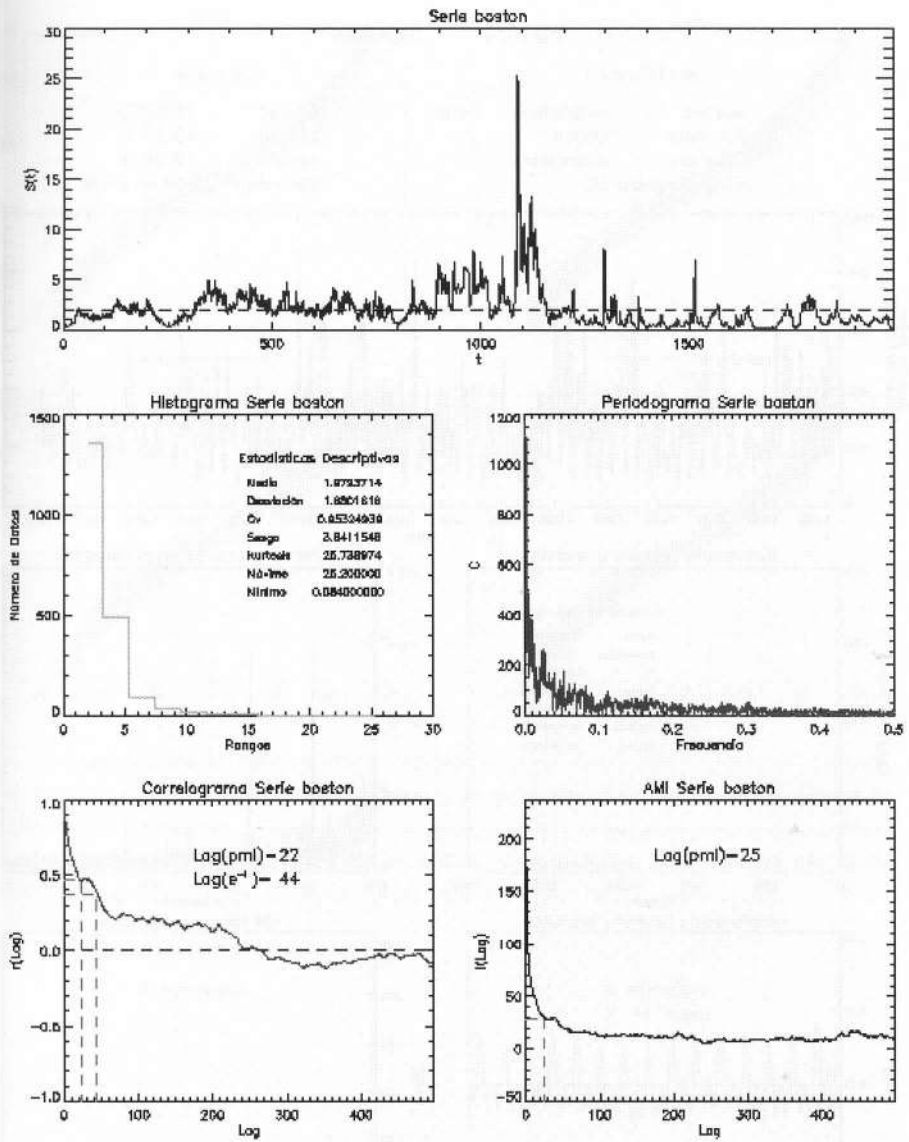


Figura 3. Serie de caudales mensuales en la Estación Hidrométrica de Juanchito (Colombia).

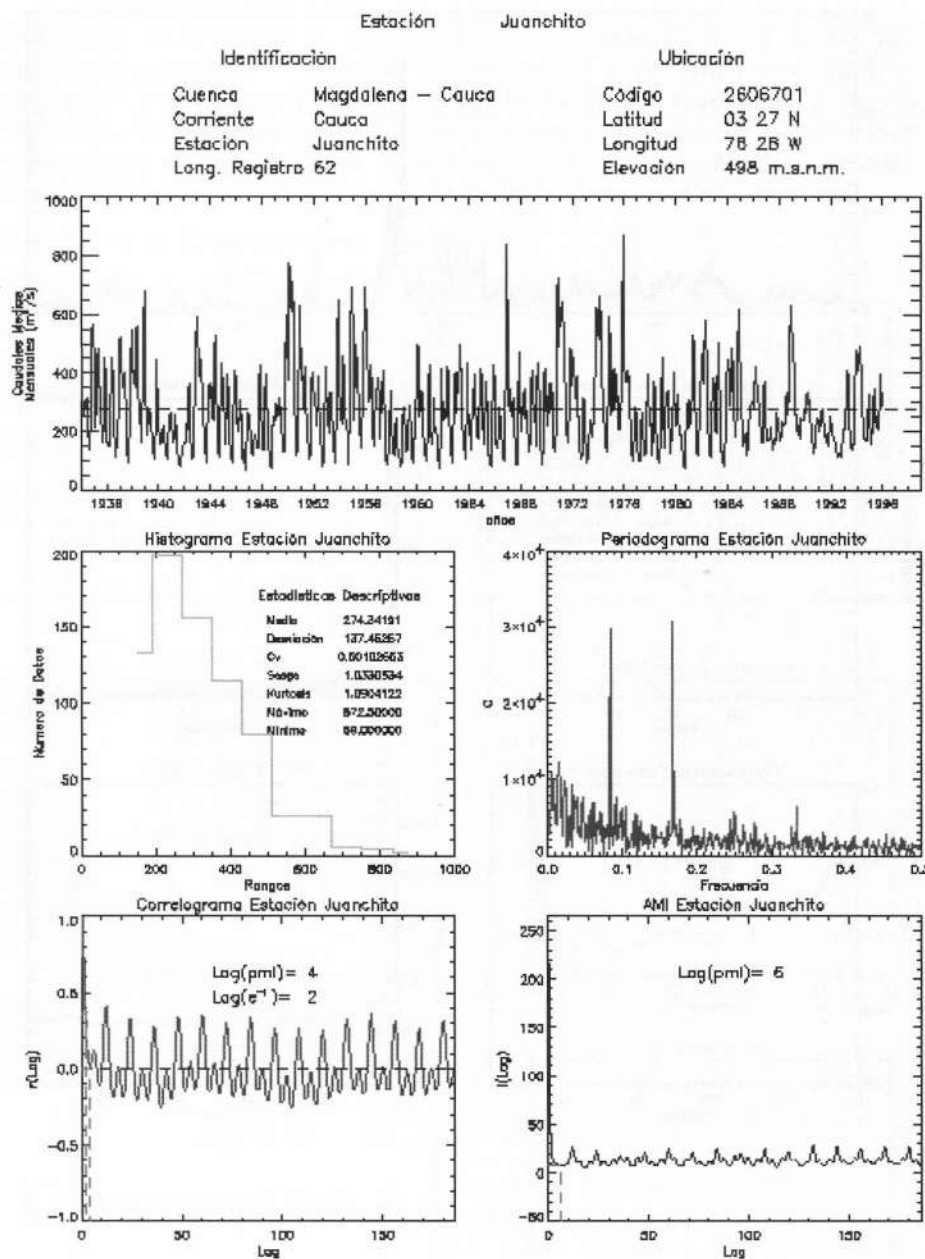
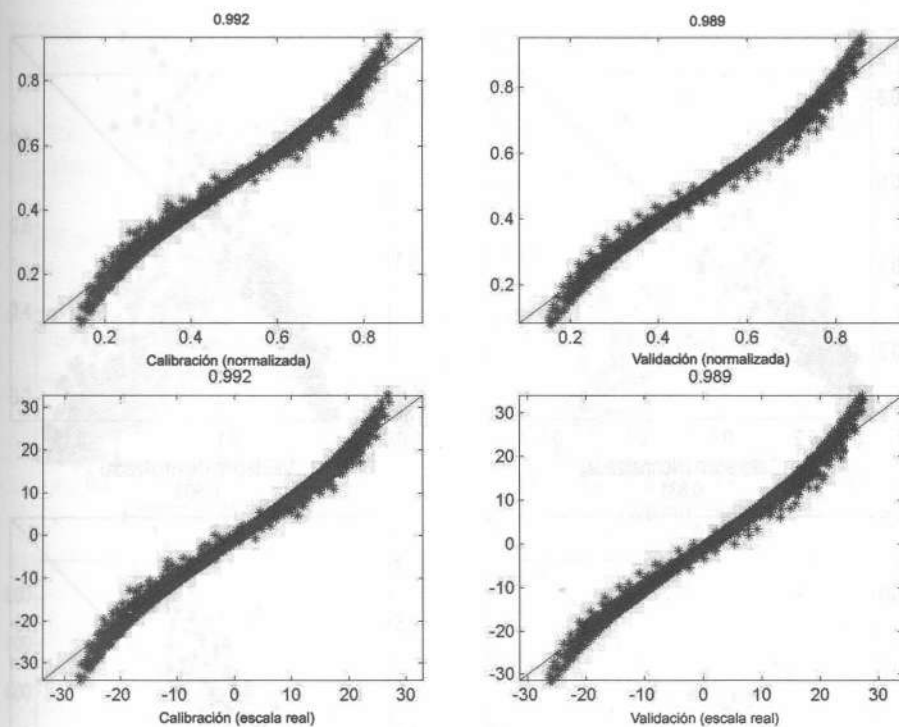
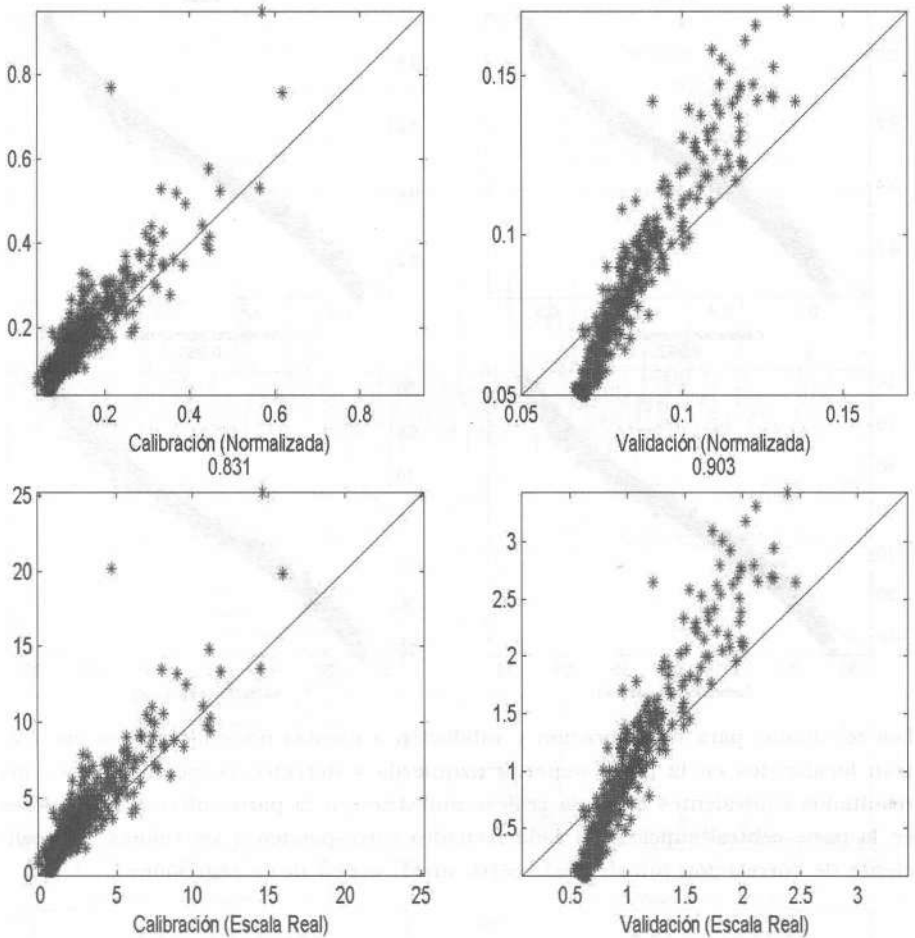


Figura 4. Diagrama de dispersión para la serie x del sistema de Lorentz.



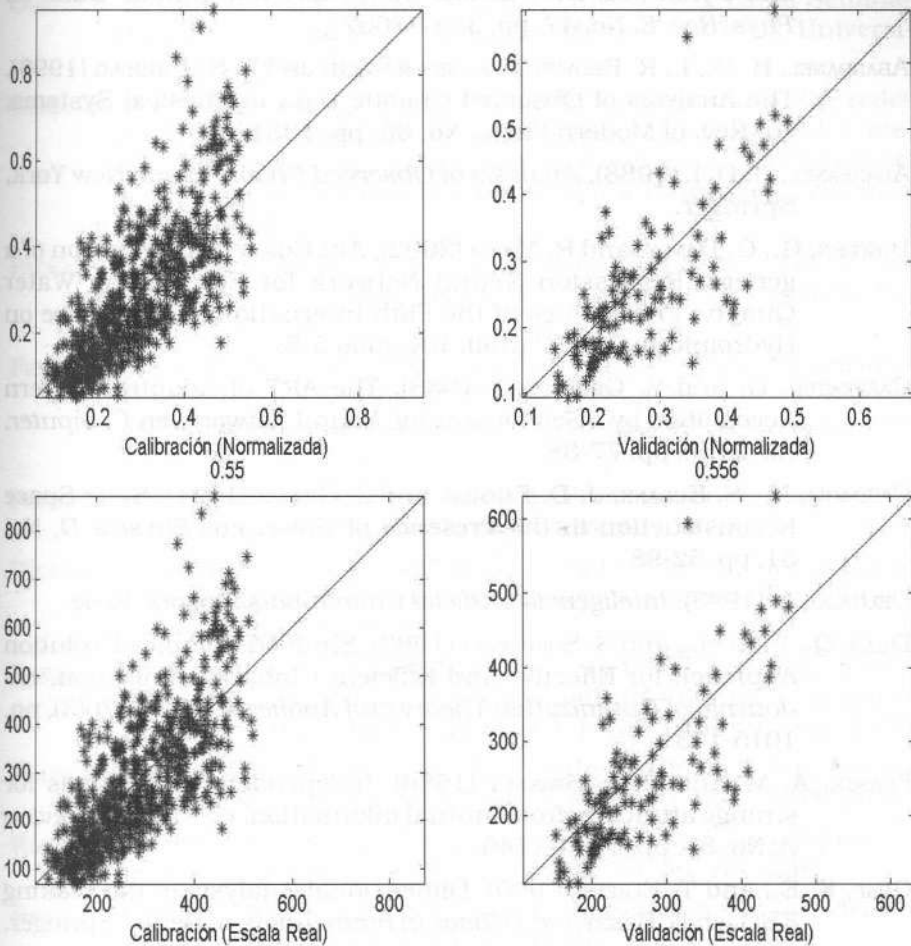
Los resultados para la calibración y validación a escalas normalizadas se encuentran localizados en la parte superior (izquierda y derecha, respectivamente); los resultados equivalentes a escala real se muestran en la parte inferior. Los valores en la parte central superior de cada recuadro corresponden a los valores del coeficiente de correlación lineal: $m=3$, $\tau=10$, $nn=1$, orden de la regresión=1.

Figura 5. Diagrama de dispersión para la serie de la Tormenta de Boston.



Los resultados para la calibración y validación a escalas normalizadas se encuentran localizados en la parte superior (izquierda y derecha, respectivamente); los resultados equivalentes a escala real se muestran en la parte inferior. Los valores en la parte central superior de cada recuadro corresponden a los valores del coeficiente de correlación lineal. $m=4$, $\tau=25$, $nn=1$, orden de la regresión=2.

Figura 6. Diagrama de dispersión para la serie de caudales de la Estación Juanchito (Colombia).



Los resultados para la calibración y validación a escalas normalizadas se encuentran localizados en la parte superior (izquierda y derecha, respectivamente); los resultados equivalentes se muestran en la parte inferior a escala real. Los valores en la parte central superior de cada recuadro corresponden a los valores del coeficiente de correlación lineal: $m=7$, $\tau=5$, $nn=1$, orden de la regresión=2.

6. REFERENCIAS

- ABARBANEL, H. D. I., M. B. K. KENNEL, (1992), Local False nearest Neighbors and Dynamical Dimensions from Observed Chaotic Data, en *Phys. Rev. E*, No. 47, pp. 3057-3067.
- ABARBANEL, H. D., I., R. BROWN, J. J. SIDOROWICH, and L. S. TSMIRING (1993), The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems, en: *Rev. of Modern Phys.*, No. 65, pp. 1331.
- ABARBANEL, H. D. I. (1988), *Analysis of Observed Chaotic Data*, New York, Springer.
- BOWDEN, G., G. DANDY, and R. MAIER (2002), Ant Colony Optimization of a general Regression Neural Network for Forecasting Water Quality. Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics, Cardiff, UK, julio 5-8.
- CARPENTER, G. and S. GROSSBERG (1988), The ART of Adaptive Pattern Recognition by a Self-Organizing Neural Network, en *Computer*, No. 21(3), pp. 77-88.
- CASDAGLI, M., S. EUBANK, J. D. FARMER, and J. GIBSON (1991), State Space Reconstruction in the Presence of Noise, en: *Physica D*, No. 51, pp. 52-98.
- DELGADO, A. (1998), *Inteligencia artificial y minirobots*. Bogotá, Ecoe.
- DUAN, Q., V. GUPTA, and S. SOROOSIAN (1993), Shuffled Complex Evolution Approach for Effective and Efficient Global Optimization, en: *Journal of Optimization Theory and Applications*, No. 76(3), pp. 1015-1031.
- FRASER, A. M. and H. L. SWINNEY (1986), Independent coordinates for strange attractors from mutual information, en *Physical Review A*, No. 33, pp. 1134-1140.
- GRAF, K. E., and T. ELBERT (1990), Dimensional Analysis of the Waking EEG, en E. Basar, (ed.) *Chaos in brain function*, Berlin, Springer.
- GRASSBERGER, P., and I. PROCACCIA (1983), Measuring the Strangeness of Strange Attractors, en: *Physica D*, No. 9 pp. 189-208.
- GRASSBERGER, P., T. SCHREIBER, and C. SCHAFFRATH (1991), Non-Linear Time Sequence Analysis, *Physics Dept., University of Wuppertal*.
- HAYKIN, S. (1994), *Neural Network –A comprehensive Foundation*. London, Macmillan.
- HOLZFUSS, J. and G. MAYER-KRESS (1986), An Approach to Error-Estimation in the Application of Dimensions Algorithms, en G. Mayer-Kress (ed.), *Dimensions and Entropies in chaotic Systems*, Berlin: Springer, pp. 114-147.
- KOHONEN, T. (1984), *Self-Organizing and Associative Memory*. Springer Series in Information Sciences, Vol. 8, New York, Springer.

- KOSKO, B. (1992), *Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical System Approach to Machine Intelligence*. New Jersey, Prentice Hall.
- OBREGÓN, N. (2001), *Perspectivas en hidroinformática urbana*. Seminario Internacional de Hidrología Urbana. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, septiembre.
- OBREGÓN, N., P. AVELLANEDA, y P. RENGIFO (2002), *Aplicación de las redes neuronales artificiales para la predicción de caudales medios mensuales*. Aprobado y por aparecer en las Memorias del XV Seminario Nacional de Hidrología e Hidráulica, Medellín, agosto 29-31.
- PACKARD, N. H., J. P. CRUTCHFIELD, J. D. FARMER, and R. S. SHAW (1980), *Geometry from a Time Series*, en: *Physical Review Letters*, No. 45, pp. 712-716.
- PETTIS, K. W., T. A., BAILEY, A. K. JAIN, and R. C. DUBES (1979), *An intrinsic dimensionality Estimator from Near-Neighbor Information*, en: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-1(1), pp. 25-37.
- PRESS, W., B., FLANNERY, S. TEUKOLSKY, and W. VETTERLING (1987), *Numerical Recipes*, New York, Cambridge University Press.
- PROVENZALE, A., A. R. OSBORNE, and R. SOJ (1991), *Convergence of the K_2 Entropy for Random Noises with Power Law Spectra*, en: *Physica D*, No. 47, pp. 361-372.
- PUENTE, C. E. and N. A. OBREGÓN (1996), *Deterministic Geometric Representation of Temporal Rainfall. Results for a Storm in Boston*, en: *Water Resources Research*, No. 32(9), pp. 2825-2839.
- RODRÍGUEZ-ÍTURBE, I. and B. FEBRES DE POWER (1989), *Chaos in Rainfall*, en: *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 7, pp. 1667-1675, July.
- ROWLANDS, G., and J. C. SPROTT (1992), *Extraction of dynamical Equations from chaotic Data*, en: *Physica D*, No. 58, pp. 251-259.
- RUELLE, D. (1994), *Where Can One Hope to Profitably Apply the Ideas of Chaos?*, en: *Physics Today*, pp. 24-30.
- RUMELHART, D., G. HINTON, and R. WILLIAMS (1986), *Learning Internal Representation by Error Propagation*, en: D. Rumelhart, J. McClelland, and the ODP Research Group (eds.), *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*, Vol. 1, Cambridge, MIT Press, pp. 318-362.
- SALZMAN, B. (1962), *Finite Amplitude free Convection as an initial Value Problem-I*, en: *J. Atmos. Sci.* No. 29, pp. 329-3341.
- SÁNCHEZ, L., V., J. ARROYO, K. GARCÍA, y J. REVILLA (1998), *Use of Neural Networks in Design of Coastal Sewage Systems*, en: *Journal of Hydraulic Engineering*, May, pp. 457-464.
- SINCAK, P. M. M. BUNDZEL, D. SOKAC, M. SZTRUHÁR, y J. MARSALEK (1998), *Urban Runoff Prediction by Neural Networks*. Hydroinformatics' 98 International Conference, Rotterdam, Balkema.

TAKENS, F. (1981), *Dynamical Systems and Turbulence*, D. Rand, and L. S. Young, en: D. Rand, and L. S. Young, *Dynamical Systems and Turbulence*, Berlin, Springer, p. 366.

TSONIS, A. A., ELSNER, J. B. (1988), The Weather Attractor over very short Timescales, en: *Nature*, 333, pp. 545-547.

VASSILIADIS, C. (1990), *Neural Networks – Twelve learning Algorithms*, Twenty Second Symposium on System Theory. IEEE Comput. Soc. Press, Los Alamitos, Cal, pp. 449-454.

WILCHES, C. (2002), *Análisis no-lineal de series de tiempo en ingeniería civil*. Proyecto final de grado. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de los Andes, Bogotá.