

# APLICACIÓN DE CRITERIOS PROBABILÍSTICOS DE NIVELES I - EXPLÍCITO Y II EN LA ESTRUCTURACIÓN DEL MODELO DE ESTADOS LÍMITES DE DISEÑO GEOTÉCNICO DE CIMENTACIONES

Iván Rafael Berdugo De Moya \*

**Resumen:** se presentan las estructuraciones determinísticas y probabilísticas del modelo de estados límites de diseño geotécnico de cimentaciones. Se expone un procedimiento para determinar factores de seguridad parciales de diseño, haciendo uso de criterios probabilísticos de niveles I – explícito y II. Mediante el estudio de un caso de estados límites 1A y 2 se demuestra que la formulación probabilística del modelo de estados límites genera chequeos de diseño matemáticamente consistentes pero no por ello siempre físicamente interpretables.

**Abstract:** deterministic and probabilistic approaches of the model of limit states of a geotechnical design of foundations are presented. Process to determine partial security factors of design by means of probabilistic criteria of levels I – explicit and level II is shown. By virtue of a study case 1A and 2 limit state, it is demonstrated that probabilistic approach of the model of limit states causes mathematically consistent design checks but not due to this, with physical interpretation.

## 1. INTRODUCCIÓN

El modelo de estados límites de diseño geotécnico de cimentaciones se fundamenta en principios de diseño que, incondicionalmente, deben garantizarse, mediante el seguimiento de reglas de aplicación asociadas. Mientras que los principios de diseño son consideraciones generales, relacionadas con los requisitos que deben cumplir las cimentaciones, las reglas de aplicación son normas o especificaciones, de reconocida aceptación general, que siguen el principio de diseño y

\* Ingeniero Civil, Universidad de La Salle. Profesor Instructor, Departamento de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana.

satisfacen sus requerimientos. La estructuración del modelo requiere formular reglas de aplicación que sean consistentes con los principios de diseño y tengan en cuenta las siguientes incertidumbres relacionadas con el comportamiento de las cimentaciones:

- a. La incertidumbre sobre la representatividad de las propiedades geomecánicas empleadas para idealizar el comportamiento del terreno de fundación.
- b. La incertidumbre sobre la naturaleza y magnitud real de las acciones impuestas a las cimentaciones y su variación espacial en el tiempo.
- c. La incertidumbre sobre la validez de los métodos de análisis.
- d. La incertidumbre sobre los efectos de los procesos de construcción sobre el comportamiento de las cimentaciones.
- e. La incertidumbre sobre la tolerancia de las cimentaciones a las acciones impuestas por la superestructura y el terreno de fundación.

Las reglas de aplicación pueden ser de carácter determinístico o probabilístico; en cualquier caso deben formularse para que, a pesar de las incertidumbres, los diseños tengan niveles de seguridad adecuados - pero no excesivos - contra los problemas de estabilidad; dentro de estándares de asentamientos tolerables —pero no inalcanzables—. En la primera parte de este artículo, se presentan los componentes básicos del modelo de estados límites de diseño geotécnico de cimentaciones y se exponen las características, los alcances y las limitaciones de las formulaciones determinísticas. En la segunda parte, se desarrolla el procedimiento para estructurar el modelo a partir de criterios probabilísticos de niveles I - explícito y II. Finalmente, se discuten los problemas operacionales relacionados con las reglas de aplicación de carácter probabilístico.

## 2. COMPONENTES BÁSICOS DEL MODELO DE ESTADOS LÍMITES DE DISEÑO GEOTÉCNICO DE CIMENTACIONES

### 2.1. PRINCIPIOS DE DISEÑO

El primer principio básico de diseño establece que, en el análisis de las condiciones de estabilidad y deformación de una cimentación, debe verificarse que no se superen los estados límites de diseño de la misma [GCG, 1998]. Los estados límites son anomalías, tipificadas por patrones de comportamiento definidos. A esas anomalías se las denomina estados límites porque justamente definen los límites de varios aspectos del comportamiento de una cimentación. Los estados límites corresponden, por tanto, a condiciones más allá de las cuales una cimentación deja de cumplir la función para la cual fue concebida; son esencialmente dos:

- a. Estado Límite 1 - Estado Límite de Falla o Último: corresponde a mecanismos de falla generadores de colapso. Puesto que las deformaciones excesivas constituyen, por sí mismas, un mecanismo de falla, el estado límite 1 se divide en estados límites 1A y 1B. El Estado Límite 1A corresponde al colapso del terreno de fundación o al del terreno alrededor de la cimentación; el estado límite 1B, al colapso de la cimentación a causa de grandes deformaciones.
- b. Estado Límite 2 - Estado Límite de Servicio o de Funcionalidad: corresponde a condiciones donde ocurren asentamientos y desplazamientos laterales de la cimentación sin generación de colapso, aunque conducen a una pérdida de funcionalidad del proyecto, o a incrementos inesperados en los costos de mantenimiento. Adicionalmente, corresponde a condiciones de pérdida de integridad estructural por exposición al fuego o por exposición a ambientes agresivos.

El segundo principio básico de diseño establece que los parámetros de análisis deben ser cuidadosos y estimativos de aquellos que realmente afectan la ocurrencia de los estados límites[GCG, 1998].

## 2.2. PARÁMETROS DE ANÁLISIS, CATEGORÍAS DE ESTRUCTURAS Y CLASES DE SEGURIDAD

El modelo de estados límites reconoce dos tipos de parámetros de análisis, a saber: parámetros geomecánicos y acciones. Los primeros, corresponden a las propiedades índice, a la resistencia al corte y a los indicadores de compresibilidad del terreno de fundación. Las acciones impuestas a la cimentación, por su parte, se clasifican en función de su naturaleza, su efecto sobre la generación de los estados límites y su ocurrencia en el tiempo (Tabla 1).

TABLA 1. Criterios de clasificación de acciones

Naturaleza	Efecto sobre la generación de los estados límites	Ocurrencia en el tiempo
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acciones directas: Fuerzas y momentos.</li> <li>• Acciones indirectas: deformaciones inducidas por la superestructura, aceleraciones debidas a movimientos del terreno, asentamientos, expansiones y desplazamientos laterales del terreno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acciones favorables</li> <li>• Acciones desfavorables</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acciones permanentes</li> <li>• Acciones temporales</li> <li>• Acciones accidentales</li> </ul>

Fuente: [GCG, 1998].

El modelo clasifica las estructuras en categorías geotécnicas y clases de seguridad. Las categorías geotécnicas dimensionan los proyectos en función de la magnitud de las cargas impuestas a nivel de

cimentación y de las condiciones del terreno fundación [Tabla 2]. Las clases de seguridad determinan los niveles de seguridad de diseño de las cimentaciones, en función de las consecuencias de la ocurrencia de los estados límites; así, la clase I se refiere a las consecuencias despreciables o bajas, la clase II a consecuencias bajas hasta apreciables y la clase III a las consecuencias altas [CUR, 1996].

TABLA 2. Categorías geotécnicas de las estructuras

Categoría	Características
I	Estructuras livianas y no complicadas: Cargas lineales inferiores a 100 kN/m, cargas concentradas inferiores a 250 kN y esfuerzos por piso inferiores a 20 kPa. Las propiedades del terreno de fundación y el nivel freático no varían significativamente en el espacio y el tiempo.
II	Estructuras moderadamente pesadas y poco complicadas que no califican dentro de las categorías I o III.
III	Estructuras muy pesadas y complicadas por razones de las cargas aplicadas y las propiedades del terreno de fundación. Ejemplos de estas estructuras son las obras subterráneas, las estructuras sometidas a acciones dinámicas permanentes, los edificios de altura, las instalaciones industriales que representen amenazas tecnológicas, etc.

*Nota: La categoría geotécnica fija la magnitud de los programas de investigación del subsuelo y los alcances de los análisis requeridos para un proyecto. Fuente: [Everts y Luger, 1997].*

### 3. REGLAS DE APLICACIÓN DE LAS FORMULACIONES DETERMINÍSTICAS

Cuando se emplean formulaciones determinísticas para estructurar el modelo de estados límites, la regla de aplicación asociada al primer principio básico de diseño señala que éste deberá garantizarse mediante el uso del método observacional, métodos prescriptivos de diseño, métodos experimentales de diseño, del criterio de resistencia nominal o del criterio de acciones nominales [Simpson et al, 1997; GCG, 1998]. La regla de aplicación asociada al segundo principio, por su parte, establece que los valores característicos de los parámetros de análisis deberán corresponder a los valores más conservadores, los valores promedio, los valores mínimos para el caso de la resistencia, o a los valores máximos para las acciones directas e indirectas desfavorables y permanentes [CUR, 1996; GCG, 1998].

Los factores de seguridad totales, involucrados en estas formulaciones, suelen ser resultado de evaluaciones empíricas que buscan alejar las condiciones esperadas de trabajo de las cimentaciones, de aquellas en las cuales no resultaría posible satisfacer sus requerimientos. En este sentido, el tratamiento dado a las incertidumbres de diseño es completamente determinístico. Por otro lado, los métodos y criterios de diseño son procedimientos que permiten dimensionar las cimentaciones y sus características indican, implícitamente, el grado de confiabilidad que le imprimen a la seguridad de diseño, como se muestra a continuación:

- a. Método observacional: fundamenta el diseño en la toma de decisiones asistida por la interpretación de los resultados del monitoreo de un proyecto durante construcción.
- b. Métodos prescriptivos: fundamentan el diseño en reglas empíricas, por lo general conservadoras, que no demandan la realización de cálculos; o, si los demandan, éstos son limitados, puesto que el dimensionamiento de la cimentación se realiza con la ayuda de tablas, cartas o especificaciones generales de diseño.
- c. Métodos experimentales: fundamentan el diseño en la toma de decisiones asistida por la interpretación de los resultados de ensayos sobre modelos, prototipos y/o pruebas de carga.
- d. Criterio de resistencia nominal: este criterio se fundamenta en verificar que los efectos de las acciones características (acciones directas características o asentamiento inducido) no superen la resistencia nominal de los materiales (resistencia de diseño o asentamiento admisible). Las acciones directas características y el asentamiento inducido, se determinan seleccionando los valores que más comúnmente pueden ocurrir, adoptando, por lo general, valores algo conservadores. La resistencia de diseño se obtiene dividiendo la resistencia característica (resistencia última) entre un factor de seguridad total; el asentamiento admisible se determina amplificando el crítico. De esta manera, los estados límites se chequean para efectos característicos y resistencia nominal, como se indica en las ecuaciones 1 y 2.

$$S_k(s_{k1} \dots s_{kn}) \leq \left\{ R_d = \frac{R_k(r_{k1} \dots r_{kn})}{\phi_R} \right\} \quad \text{Estado límite 1A} \quad (1)$$

$$S_k(s_{k1} \dots s_{kn}) \leq \{ R_d = R_k(r_{k1} \dots r_{kn}) \lambda_R \} \quad \text{Estados límites 1B y 2} \quad (2)$$

Donde:

$S_k$ : Efecto de las acciones características.

$s_k$ : Acción directa característica o asentamiento inducido.

$R_d$ : Resistencia de diseño o nominal.

$R_k$ : Resistencia característica o asentamiento crítico.

$r_k$ : Parámetro de resistencia característico o parámetro de asentamiento crítico.

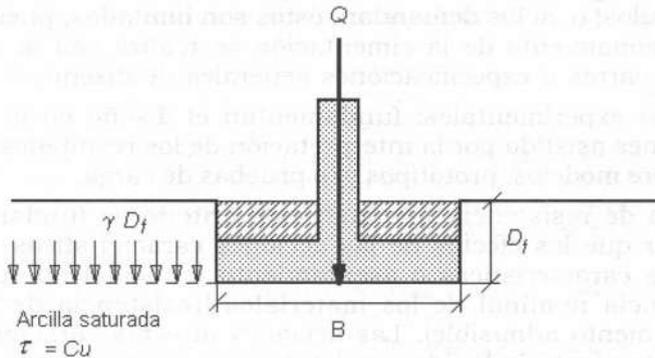
$\phi_R$ : Factor de seguridad total aplicado a la resistencia característica.

$\lambda_R$ : Factor amplificador del asentamiento crítico.

El criterio de resistencia nominal es útil, en casos donde el mecanismo de falla del problema estudiado es sensible a la resistencia del material e insensible a la variación de las acciones directas. Un ejemplo de este tipo de casos, es el análisis de capacidad portante

no drenada de cimentaciones superficiales en arcillas saturadas sometidas a carga controlada (Figura 1).

FIGURA 1. Modelo de análisis de una cimentación superficial en una arcilla saturada.



En este caso, se requiere que el esfuerzo neto aplicado a nivel de fundación (efecto de las acciones directas características) sea inferior a la capacidad portante neta de seguridad del suelo (resistencia de diseño o nominal). En condiciones de carga controlada, la variación en el esfuerzo neto aplicado depende sólo de la variación del peso unitario total del suelo. Puesto que la relación de desplante de las cimentaciones superficiales es muy pequeña ( $D_f/B < 1$ ), es lícito suponer que el alivio por excavación es despreciable ( $\gamma D_f \approx 0$ ). Cuando la cimentación es totalmente superficial, ( $D_f = 0$ ), el alivio por excavación será cero y esta consideración es correcta. Como el peso unitario total del suelo no interviene en el problema, su variación no afecta la ecuación de diseño; por tanto, es válido aplicar el factor de seguridad total a la capacidad portante neta última del suelo (resistencia característica). La condición de diseño para este caso, en el estado límite 1A, se presenta en las ecuaciones (3) y (4).

$$\sigma_{napl} \leq \sigma_{ns}; \sigma_{napl} = \frac{Q}{BL}; \sigma_{ns} = \frac{\sigma_{nu}}{\phi_R}; \sigma_{nu} = C_u N_c f_c \quad (3)$$

$$\frac{Q}{BL} \leq \frac{C_u N_c f_c}{\phi_R}; N_c = \pi + 2; f_c = 1 + \frac{1}{N_c} \frac{B}{L} \quad (4)$$

Donde:

$\sigma_{napl}$  : Esfuerzo neto aplicado a nivel de fundación.

$\sigma_{ns}$  : Capacidad portante neta de seguridad del suelo.

Q : Carga total aplicada a nivel de fundación.

B : Ancho de la cimentación.

L : Longitud de la cimentación.

$\sigma_{un}$  : Capacidad portante neta última del suelo.

- $\phi_R$  : Factor de seguridad total aplicado a la capacidad portante neta última.
- $C_u$  : Resistencia al corte no drenada del suelo (parámetro de resistencia característico del suelo).
- $N_c$  : Factor adimensional de capacidad portante asociado a la cohesión del suelo.
- $f_c$  : Factor de corrección por forma de la cimentación para suelo Tresca ( $\tau = C_u$ ).

Las cimentaciones superficiales sometidas a fuerzas de arranque es un caso que ilustra fácilmente las limitaciones del criterio de resistencia nominal. Si la cimentación mostrada en la Figura 1 fuera sometida a esa condición, se requeriría que la fuerza axial de arranque, menos el peso propio de la cimentación (efecto de las acciones directas características), fuera inferior a la capacidad neta de seguridad al arranque del suelo (resistencia de diseño o nominal). Puesto que la fuerza cortante resistente se movilizaría solamente en el perímetro del canto de la cimentación —el cual es muy pequeño— y a que la sobrecarga del cimiento es despreciable, en el chequeo de la condición de diseño no intervendría la resistencia al corte del suelo y no habría una función de resistencia. El chequeo de diseño, en este caso, significaría aplicar un factor de seguridad total amplificador a la fuerza axial de arranque, o bien un factor de seguridad total atenuador al peso propio de la cimentación. En ningún caso interviene la resistencia al corte del suelo y no aplica el criterio de resistencia nominal.

- e. Criterio de acciones nominales: este criterio se fundamenta en verificar que los efectos de las acciones nominales (acciones directas de diseño o asentamiento de diseño) no superen la resistencia característica de los materiales (resistencia última o asentamiento crítico). Las acciones directas de diseño se obtienen afectando las acciones directas características con factores de seguridad de mayoración y el asentamiento de diseño se determina amplificando el inducido. La resistencia última y el asentamiento crítico se determinan, seleccionando los valores que, con mayor frecuencia suelen ocurrir, adoptando valores, por lo general algo conservadores. De esta manera, los estados límites se chequean para efectos nominales y resistencia característica, como se indica en las ecuaciones (5) y (6).

$$\{S_d = S_k \gamma_S (s_{k1} \dots s_{kn})\} \leq R_k (r_{k1} \dots r_{kn}) \quad \text{Estado límite 1A} \quad (5)$$

$$\{S_d = S_k \lambda_S (s_{k1} \dots s_{kn})\} \leq R_k (r_{k1} \dots r_{kn}) \quad \text{Estados límites 1B y 2} \quad (6)$$

Donde:

$S_d$  : Efecto de diseño o nominal.

$S_k$  : Efecto de las acciones características.

- $\gamma_s$  : Factor de seguridad de mayoración aplicado a las acciones directas características.
- $\lambda_s$  : Factor amplificador del asentamiento inducido.
- $s_k$  : Acción directa característica o parámetro de asentamiento inducido.
- $R_k$  : Resistencia característica o asentamiento crítico.
- $r_k$  : Parámetro de resistencia característico o parámetro de asentamiento.

Al emplear el criterio de acciones nominales, las cimentaciones se diseñan considerando que el mecanismo de falla se activa justo cuando se aplican las acciones de diseño. Es útil, en casos donde el mecanismo de falla del problema estudiado es sensible a la variación de las acciones directas e insensible a la resistencia del material; por ejemplo, en el caso de cimentaciones superficiales sometidas a fuerzas de arranque expuesto en el literal d.

El análisis de estabilidad general de cimentaciones construidas sobre laderas, integradas por suelos predominantemente granulares, es un buen ejemplo de las limitaciones asociadas con el uso de este criterio en el diseño geotécnico. En este caso, la falla ocurre cuando el esfuerzo cortante, inducido sobre una superficie potencial de deslizamiento (efecto de las acciones directas características), es igual a la resistencia al corte disponible en dicha superficie (resistencia característica). Si se asume que las fuerzas de superficie permanecen constantes, el peso unitario total del suelo será la única acción directa potencialmente variable y el ángulo de fricción interna del suelo será el parámetro característico de resistencia. Sin embargo, afectar al peso unitario total con un factor de mayoración incrementa en la misma magnitud al esfuerzo cortante inducido y a la resistencia al corte disponible; por tanto, el peso unitario total será irrelevante en el problema y el factor de mayoración no garantizará la seguridad de diseño. Esto ha sido estudiado a profundidad por autores como Hansen [1965] y Simpson, et al [1981], quienes recomiendan chequear la condición de diseño, afectando el ángulo de fricción interna con un factor de reducción de capacidad.

#### 4. REGLAS DE APLICACIÓN DE LAS FORMULACIONES PROBABILÍSTICAS

A partir del trabajo de Casagrande [1965], quien introdujo el concepto de riesgo a la práctica de la ingeniería de cimentaciones, y de la propuesta de Hansen [1965], acerca de reemplazar el tradicional sistema de factores de seguridad totales por el mucho más consistente sistema de factores de seguridad parciales, se ha venido proponiendo, cada vez con mayor aceptación, el empleo de la teoría de la probabilidad como alternativa para manejar la incertidumbre asociada al comportamiento de las cimentaciones. Otros autores consultados para la realización de este artículo [Whitman, 1984; Harr, 1996; Wu, et al, 1996; Day, 1999] dan cuenta recurrenemente de los trabajos rea-

lizados por Ang y Amin [1969], Meyerhof [1970], Esteva y Rosenblueth [1972], Holtz y Krizek [1972], Holtz y Schrode [1975], Magnan y Bagherly [1982], Meyerhof [1984] y [1995], como los que han dado una sólida estructura conceptual a la teoría de la probabilidad aplicada a la solución de problemas geomecánicos.

Cuando se emplean formulaciones probabilísticas para estructurar el modelo de estados límites, la regla de aplicación asociada al primer principio básico de diseño señala que éste deberá garantizarse, mediante el uso de criterios probabilísticos de niveles I, II o III, y que las clases de seguridad de diseño deberán estar asociadas a probabilidades de falla aceptables, expresadas en términos de índices de confiabilidad de diseño [CUR, 1996; Simpson, et al, 1997; GCG, 1998]. La regla de aplicación asociada al segundo, por su parte, establece que los valores característicos de los parámetros deberán corresponder a la expectativa matemática, a la media aritmética de una distribución normal, o a los derivados de manera que la probabilidad de un valor más adverso no sea mayor al 5% [CUR, 1996; Simpson, et al, 1997; GCG, 1998; Day, 1999]. En este sentido, se aclara que el límite inferior del 5% corresponde a los parámetros estabilizadores y el límite superior del 5% a los desestabilizadores.

#### 4.1. CRITERIO PROBABILÍSTICO DE NIVEL I

##### 4.1.1. CRITERIO DE ACCIONES Y RESISTENCIA NOMINALES

La forma más simple del criterio probabilístico de nivel I, se conoce comúnmente como criterio de acciones y resistencia nominales o criterio LRFD. Emplea factores de seguridad parciales, obtenidos mediante análisis semiempíricos, y fija los valores característicos a partir de simplificaciones de la expectativa matemática. Consiste en aplicar factores de seguridad parciales de mayoración a los parámetros desestabilizadores característicos y factores de seguridad parciales de reducción de capacidad a los parámetros estabilizadores característicos, para así determinar las acciones desestabilizadoras de diseño y la resistencia de diseño. De esta manera, los estados límites se chequean para efectos y resistencia nominales, como se indica en la ecuación (7).

$$\left\{ S_d (s_{k1} \gamma_{s1} \cdot s_{kn} \gamma_{sn}) \right\} \leq \left\{ R_d \left( \frac{r_{ki}}{\phi_{ri}} \cdot \frac{r_{kn}}{\phi_{rn}} \right) \right\} \quad (7)$$

Donde:

$S_d$  : Efecto de diseño o nominal.

$s_k$  : Parámetro desestabilizador característico.

$\gamma_s$  : Factor de seguridad parcial de mayoración aplicado a los parámetros desestabilizadores característicos.

- $R_d$  : Resistencia de diseño o nominal.  
 $r_k$  : Parámetro estabilizador característico.  
 $\phi_r$  : Factor de seguridad parcial de reducción de capacidad aplicada a los parámetros estabilizadores característicos.

#### 4.1.2. CRITERIO PROBABILÍSTICO DE NIVEL I - EXPLÍCITO

Este criterio emplea factores de seguridad parciales racionales, obtenidos mediante análisis de compatibilidad entre los criterios probabilísticos de niveles I - explícito y II. Modela las acciones desestabilizadoras y la resistencia como parámetros estocásticos normalmente distribuidos, y calcula sus valores característicos como la media aritmética (ecuaciones (8) y (9)) o bien, de manera que la probabilidad de un valor adverso no sea mayor al 5% (ecuaciones (10) y (11)). Las acciones desestabilizadoras de diseño se obtienen aplicando factores de seguridad parciales de mayoración a las acciones desestabilizadoras características, mientras que la resistencia de diseño se obtiene aplicando factores de seguridad parciales de reducción de capacidad a la resistencia característica. De esta manera, los estados límites se chequean para acciones y resistencia nominales, como se indica en la ecuación (12) y en la Figura 2.

$$S_k = \mu(S) \quad (8)$$

$$R_k = \mu(R) \quad (9)$$

$$S_k = [\mu(S) + 1,64 \sigma(S)] = \mu(S) [1 + 1,64 v(S)] \quad (10)$$

$$R_k = [\mu(R) - 1,64 \sigma(R)] = \mu(R) [1 - 1,64 v(R)] \quad (11)$$

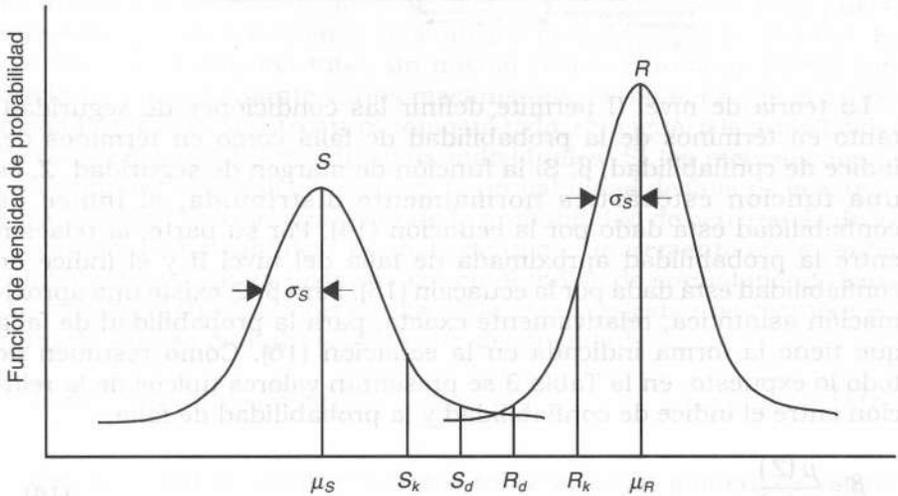
$$\{S_d = S_k \gamma_s\} \leq \left\{ R_d = \frac{R_k}{\gamma_r} \right\} \quad (12)$$

Donde:

- $S_k$  : Acción desestabilizadora característica.  
 $R_k$  : Resistencia característica.  
 $\mu(S)$  : Media aritmética de la acción desestabilizadora.  
 $\mu(R)$  : Media aritmética de la resistencia.  
 $\sigma(S)$  : Desviación estándar de la acción desestabilizadora.  
 $\sigma(R)$  : Desviación estándar de la acción resistencia.  
 $v(S)$  : Coeficiente de variación de la acción desestabilizadora,  $v(S) = \sigma(S) / \mu(S)$ .  
 $v(R)$  : Coeficiente de variación de la resistencia,  $v(R) = \sigma(R) / \mu(R)$ .  
 $S_d$  : Acción desestabilizadora de diseño.

- $\gamma_s$  : Factor de seguridad parcial de mayoración aplicado a la acción desestabilizadora característica.
- $R_d$  : Resistencia de diseño.
- $\gamma_r$  : Factor de seguridad parcial de reducción de capacidad aplicado a la resistencia característica.

FIGURA 2. Consideraciones del criterio probabilístico de nivel I.

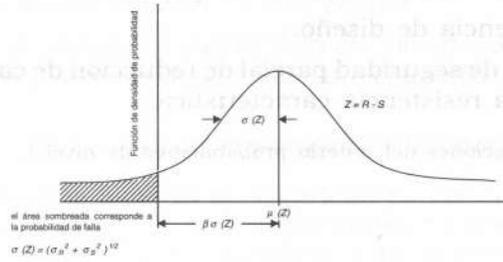


#### 4.2. CRITERIOS PROBABILÍSTICOS DE NIVELES II Y III

Los criterios probabilísticos de niveles II y III estudian los estados límites de diseño, definiendo una función de margen de seguridad,  $Z$ , compuesta por una función de acciones desestabilizadoras,  $S$ , y una función de resistencia,  $R$ , que tienen algún grado de variabilidad:  $Z = R - S$ . Consecuentemente,  $Z$  es una función estocástica con una función de distribución de probabilidad, que depende de las funciones de distribución de probabilidad de  $S$  y  $R$  (Figura 2). La función de margen de seguridad tiene la propiedad de que  $Z > 0$  es indicativo de un comportamiento satisfactorio y  $Z < 0$  corresponde a una condición de falla. El estado límite, por su parte, corresponde a una condición donde  $Z = 0$  (Figura 3). Una función de margen de seguridad, para el chequeo del estado límite de falla 1A, puede tener la forma  $Z = \sigma_{nu} - \sigma_{app}$  mientras que, para el chequeo del estado límite de servicio, puede tener la forma  $Z = 1/500 - \delta/L$ , donde  $\delta$  es un asentamiento diferencial y  $L$  la luz entre puntos asentados diferencialmente. En el criterio de nivel II, el cálculo de la probabilidad de falla es una aproximación; en el de nivel III, ese cálculo es exacto. En ambos criterios, sin embargo, los requerimientos de diseño se expresan en términos de probabilidades de falla aceptables,  $p_f$ :

$$P(Z < 0) \leq p_f \tag{13}$$

FIGURA 3. Consideraciones de los criterios probabilístico de niveles II y III.



La teoría de nivel II permite definir las condiciones de seguridad, tanto en términos de la probabilidad de falla como en términos del índice de confiabilidad,  $\beta$ . Si la función de margen de seguridad,  $Z$ , es una función estocástica normalmente distribuida, el índice de confiabilidad está dado por la ecuación (14). Por su parte, la relación entre la probabilidad aproximada de falla del nivel II y el índice de confiabilidad está dada por la ecuación (15). Para  $\beta > 2$ , existe una aproximación asintótica, relativamente exacta, para la probabilidad de falla que tiene la forma indicada en la ecuación (16). Como resumen de todo lo expuesto, en la Tabla 3 se presentan valores típicos de la relación entre el índice de confiabilidad y la probabilidad de falla.

$$\beta = \frac{\mu(Z)}{\sigma(Z)} \tag{14}$$

$$P_f = \Phi_N(-\beta) \tag{15}$$

$$P_f = \frac{1}{\beta \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\beta^2}{2}\right) \tag{16}$$

Donde:

- $\beta$  : Índice de confiabilidad.
- $\mu(Z)$ : Media aritmética de la función  $Z$ .
- $\sigma(z)$ : Desviación estándar de la función  $Z$ .
- $P_f$  : Probabilidad de falla.
- $\Phi_N$  : Función de probabilidad normal estándar.

TABLA 3. Relación entre el índice de confiabilidad,  $\beta$ , y la probabilidad de falla,  $P_f$

$\beta$	1,8	2,0	2,6	3,0	3,4	4,0	4,3
$P_f$	$3,6 \times 10^{-2}$	$2,3 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$	$3,4 \times 10^{-4}$	$3,2 \times 10^{-5}$	$8,5 \times 10^{-6}$

Fuente: [CUR, 1996].

### 4.3. ÍNDICES DE CONFIABILIDAD DE DISEÑO

Cuando se hace un tratamiento probabilístico formal, al establecimiento de los índices de confiabilidad de diseño, es necesario tener en cuenta que la probabilidad de falla de una estructura como un todo está determinada por la probabilidad de falla de cada uno de sus componentes; dicho de otro modo, por la ocurrencia de diferentes mecanismos de falla. No obstante, se debe prestar especial cuidado a la identificación de mecanismos de falla con orígenes comunes, puesto que esto genera fenómenos incondicionalmente correlacionados. En un caso de correlación total, un mismo evento detonante puede conducir a la falla mediante varios mecanismos, de manera que la probabilidad de falla de la estructura como un todo, será igual a la probabilidad de ocurrencia de los mecanismos individuales. Si los mecanismos no son completamente dependientes, la probabilidad de falla de la estructura como un todo será mayor que la probabilidad de ocurrencia de los mecanismos individuales. En vista de que el incremento en la probabilidad de falla causa disminución en el índice de confiabilidad (Tabla 3), para la estructuración de las clases de seguridad se requiere garantizar que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$\beta_{ESTRUCTURA} \leq \beta_{MECANISMO} \quad (17)$$

Con el objeto de ilustrar al lector sobre la mejor manera de estructurar las clases de seguridad de diseño, en las Tablas 4 y 5 se transcriben dos de las propuestas más consistentes que se pueden encontrar en la literatura geotécnica.

TABLA 4. Clases de Seguridad

Clase	Características
I Seguridad Baja	La consecuencia de la falla sobre daños a personas es despreciable a baja y sobre las pérdidas económicas es baja. Requiere el empleo de índices de confiabilidad de diseño de 2.3 <sup>(1)</sup> y 3.2 <sup>(2)</sup> para el estado límite de falla y de 1.8 para el estado límite de servicio.
II Seguridad Media	La consecuencia de la falla sobre daños a personas es baja y sobre las pérdidas económicas es alta. Requiere el empleo de índices de confiabilidad de diseño de 2.4 <sup>(1)</sup> y 3.4 <sup>(2)</sup> para el estado límite de falla y de 1.8 para el estado límite de servicio.
III Seguridad Alta	La consecuencia de la falla sobre daños a personas es alta y sobre las pérdidas económicas es alta. Requiere el empleo de índices de confiabilidad de diseño de 2.6 <sup>(1)</sup> y 3.6 <sup>(2)</sup> para el estado límite de falla y de 1.8 para el estado límite de servicio.

<sup>(1)</sup> Aplica cuando el viento es decisivo en el diseño.

<sup>(2)</sup> Aplica cuando otros tipos de cargas son decisivos en el diseño.

Fuentes: [CUR, 1996] y [Everts y Luger, 1997].

TABLA 5. Índices de confiabilidad de diseño

Estado Límite	Categoría de Estructura	$\beta$	Riesgo económico y riesgo sobre la vida de personas asociado al colapso o a la deformación excesiva del terreno de fundación
1A y 1B	I	2.6	Bajo
	II	3.4	Medio
	III	4.3	Alto
2	I, II y III	1.8	-

Fuente: [CUR, 1996].

## 5. DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES DE SEGURIDAD PARCIALES

La determinación de los factores de seguridad parciales racionales,  $\gamma_s$  y  $\gamma_r$ , se basa en análisis de nivel II y análisis de riesgo, que se compatibilizan con los de nivel I - explícito. El nivel II suministra más que una probabilidad de falla o un índice de confiabilidad. De hecho, aporta un número infinito de combinaciones de los parámetros que conducen a la superación de los estados límites y genera distribuciones de probabilidad, a partir de las cuales es posible fijar los denominados puntos de diseño. Adicionalmente, permite establecer el efecto relativo de cada parámetro,  $x_i$  (estabilizador o desestabilizador), sobre la probabilidad de falla. Esto último se define en términos del coeficiente de sensibilidad,  $\alpha$  (ecuación (18)), el cual varía entre 0 (sin efecto) y +1 o -1 (máximo efecto). Si los parámetros no están correlacionados, la suma del cuadrado de los coeficientes de sensibilidad de todos los parámetros será igual a la unidad.

$$\alpha_i = \frac{\delta Z}{\delta x_i} \frac{\sigma(x_i)}{\sigma(Z)} \quad (18)$$

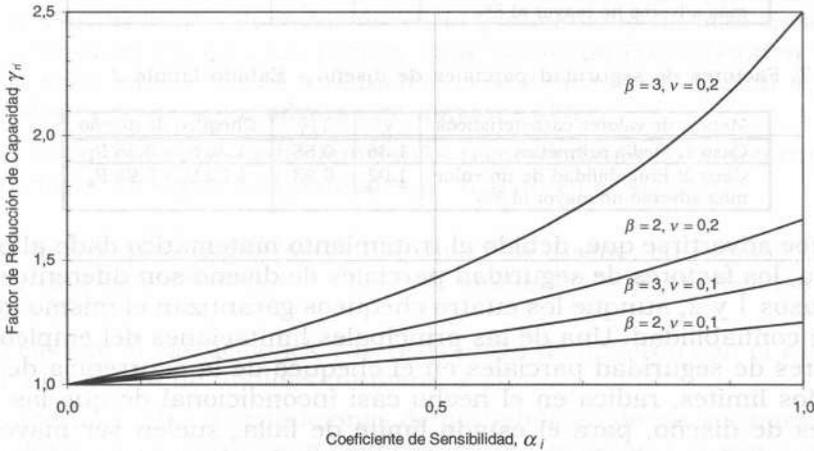
De acuerdo con la teoría de probabilidad, es posible establecer una relación directa entre los análisis de niveles I - explícito y II. El factor de reducción de capacidad para un parámetro de resistencia característico,  $r_p$ , equivalente a la media aritmética (cohesión promedio o ángulo de fricción interna promedio, por ejemplo), se puede relacionar con la probabilidad de falla ( $p_f$  del nivel II) de la siguiente forma:

$$\gamma_{ri} = \frac{1}{(1 - \alpha_i \beta v_i)} \quad (19)$$

En la ecuación (19),  $\beta$  representa el índice de confiabilidad requerido para el mecanismo de falla estudiado (Tablas 4 y 5), mientras que  $\alpha_i$  y  $v_i$  corresponden, respectivamente, al coeficiente de sensibilidad y al coeficiente de variación del parámetro de resistencia característico,  $r_i$ . Como se puede deducir de la ecuación (19) y de la Figura 4, el valor de  $\gamma_r$  aumenta en la medida en que el nivel de seguridad perseguido se incrementa (aumento en el valor de  $\beta$ ), en la medida en que la incer-

tidumbre sobre el valor del parámetro sea alta (altos valores de  $v_i$ ) o en la medida en que el efecto relativo del parámetro sobre la probabilidad de falla sea importante (altos valores de  $\alpha_i$ ).

FIGURA 4. Relación entre el factor de seguridad parcial de reducción de capacidad, el coeficiente de sensibilidad, el índice de confiabilidad y el coeficiente de variación para un parámetro de resistencia característico equivalente a la media aritmética.



Cuando los parámetros de resistencia característicos equivalen al límite inferior del 5%, los factores de seguridad parciales de reducción de capacidad se obtienen mediante la ecuación (20). Por otra parte, la naturaleza desfavorable de las acciones impuestas a una cimentación conduce a que  $\alpha < 0$ . En estas condiciones, los factores de seguridad parciales de mayoración, asociados a parámetros desestabilizadores, característicos y equivalentes al límite superior del 5%, se obtienen haciendo uso de la ecuación (21).

$$\gamma_r = \frac{(1 - 1,64 v_i)}{(1 - \alpha_i \beta v_i)} \tag{20}$$

$$\gamma_s = \frac{(1 + \alpha_i \beta v_i)}{(1 + 1,64 v_i)} \tag{21}$$

## 6. PROBLEMAS OPERACIONALES RELACIONADOS CON LAS REGLAS DE APLICACIÓN DE CARÁCTER PROBABILÍSTICO

En la Tablas 6 y 7, se presentan los factores de seguridad parciales de diseño, obtenidos para una estructura categoría I que requiere garantizar  $\beta = 2.6$  con respecto al estado límite 1A y  $\beta = 1.8$  con respecto al estado límite 2. Los coeficientes de variación de la acción

desestabilizadora y la resistencia se fijaron en  $v(S) = 0.20$  y  $v(R) = 0.25$ . Con el objeto de analizar las condiciones críticas, se asumieron los valores extremos del coeficiente de sensibilidad.

TABLA 6. Factores de seguridad parciales de diseño – Estado Límite 1A

Manejo de valores característicos	$\gamma_n$	$1/\gamma_r$	Chequeo de diseño
Caso 1: Media aritmética	1.52	0.35	$1.52 S_k < 0.35 R_k$
Caso 2: Probabilidad de un valor más adverso no mayor al 5%	1.14	0.59	$1.14 S_k < 0.59 R_k$

TABLA 7. Factores de seguridad parciales de diseño – Estado Límite 2

Manejo de valores característicos	$\gamma_n$	$1/\gamma_r$	Chequeo de diseño
Caso 1: Media aritmética	1.36	0.55	$1.36 S_k < 0.55 R_k$
Caso 2: Probabilidad de un valor más adverso no mayor al 5%	1.02	0.93	$1.02 S_k < 0.93 R_k$

Debe advertirse que, debido al tratamiento matemático dado al problema, los factores de seguridad parciales de diseño son diferentes en los casos 1 y 2, aunque los cuatro chequeos garantizan el mismo índice de confiabilidad. Una de las principales limitaciones del empleo de factores de seguridad parciales en el chequeo de la ocurrencia de los estados límites, radica en el hecho casi incondicional de que las acciones de diseño, para el estado límite de falla, suelen ser mayores que las acciones de diseño para el estado límite de servicio. Se puede observar que los factores de seguridad parciales obtenidos para chequear el primero son más conservadores que los recomendados para chequear el segundo, lo cual no es estrictamente aceptable en muchos problemas geomecánicos.

El análisis de estabilidad interna de sistemas de contención externamente estabilizados ilustra muy bien esta situación. En este caso, la distribución y magnitud del empuje lateral de tierras depende del estado límite considerado. Cuando un suelo moviliza la totalidad de la resistencia al corte disponible en una trayectoria de esfuerzos de extensión lateral confinada, el empuje lateral de tierras se reduce a un valor mínimo. Como la carga horizontal total, asociada al estado límite de falla, se alcanza a niveles de deformación mayores que los controlados por el estado límite de servicio, la acción desestabilizadora en el estado límite de falla será inferior a su correspondiente en el estado límite de servicio. Algo aún más grave es que algunos códigos de estados límites proponen aplicar factores de seguridad parciales, independientes a los empujes del agua y a los empujes efectivos horizontales – de reducción de capacidad para los estabilizadores (caso pasivo) y de mayoración para los desestabilizadores (caso activo). En consecuencia, ni el estado límite de falla ni el de servicio guardarán relación con el equilibrio plástico del suelo. Este ejemplo muestra que, cuando el modelo de estados límites se estructura a partir de la aplicación de los criterios probabilísticos de niveles I – explícito y II, los chequeos de diseño son matemáticamente consistentes; sin embargo, no son siempre físicamente interpretables.

Los factores de seguridad parciales, recomendados en los códigos de estados límites, surgen de análisis como el antes indicado, y están asociados a probabilidades de falla de reconocida aceptación general. Sin embargo, la probabilidad real de falla de una cimentación diseñada con esos factores, puede variar con respecto al valor teórico. Esto suele ocurrir, pues las funciones de distribución de probabilidad de los parámetros reales de análisis no son idénticas a las que emplean los códigos para determinar la magnitud de los factores de seguridad parciales. Por otro lado, la variación en la probabilidad de falla tiende a incrementarse cuando los valores característicos corresponden a la media aritmética y tiende a reducirse cuando éstos se asocian a probabilidades de un valor adverso no mayores al 5%.

En resumen, el procedimiento más recomendable para determinar los factores de seguridad parciales de diseño es el siguiente:

- a. Seleccionar el índice de confiabilidad de diseño, en función de la categoría de estructura y el estado límite objeto de análisis (Tablas 4 o 5).
- b. Seleccionar las acciones y la resistencia de acuerdo con el estado límite objeto de análisis (numeral 2.2).
- c. Determinar las distribuciones de probabilidad de las acciones y la resistencia, calcular sus coeficientes de variación y emplear valores característicos correspondientes a probabilidades de un valor adverso no mayores al 5% (Figura 2, referencias de la ecuación (12) y ecuaciones (10) y (11)).
- d. Determinar la distribución de probabilidad de la función de margen de seguridad y calcular los coeficientes de sensibilidad de las acciones y la resistencia (Figura 3 y ecuación (18)).
- e. Calcular los factores de seguridad parciales, empleando las ecuaciones (20) y (21).

A medida que se mejore el nivel de conocimiento de un parámetro de análisis, por ejemplo, intensificando los programas de investigación del subsuelo, para conocer detalladamente las propiedades geomecánicas de un sitio particular, se debe esperar una disminución en el coeficiente de variación y en el valor del factor de reducción de capacidad. Aún así, como el coeficiente de sensibilidad depende del mecanismo de falla analizado, su efecto sobre el factor de reducción de capacidad estará controlado por la naturaleza de las variables de las funciones de margen de seguridad. En conclusión, intensificar un programa de investigación del subsuelo no es garantía absoluta de que se vean disminuidos los factores de reducción de capacidad.

## 7. CONCLUSIONES

- El criterio de resistencia nominal es útil, en casos donde el mecanismo de falla del problema estudiado es sensible a la resistencia del material e insensible a la variación de las acciones directas.

- a. El criterio de acciones nominales es útil, en casos donde el mecanismo de falla del problema estudiado es sensible a la variación de las acciones directas e insensible a la resistencia del material.
- b. El criterio LRFD tiene la ventaja de considerar la seguridad, tanto en los parámetros desestabilizadores como en los estabilizadores, aunque el grado de seguridad real varía, dependiendo de la manera como el mecanismo de falla del problema estudiado sea sensible a la variación de las acciones directas y a la resistencia del material. Si en la estructuración de este criterio se emplean factores de seguridad parciales, fijos para cada tipo de acción directa característica y para cada tipo de parámetro de resistencia característico, sus limitaciones serán en todo similares a las relacionadas con los criterios de resistencia nominal y acciones nominales. Para superar esta dificultad, lo más recomendable es verificar una serie de combinaciones de acciones directas características con diferentes factores de seguridad parciales y hacer lo propio con la resistencia.
- c. Puesto que el incremento en la probabilidad de falla causa disminución del índice de confiabilidad, la estructuración de las clases de seguridad requiere garantizar que el índice de confiabilidad de diseño de la estructura sea menor que el de los mecanismos de falla.
- d. Una de las principales limitaciones del empleo de factores de seguridad parciales, en el chequeo de la ocurrencia de los estados límites, radica en el hecho casi incondicional de que las acciones de diseño para el estado límite de falla suelen ser mayores que las acciones de diseño para el estado límite de servicio, lo cual no es estrictamente aceptable en muchos problemas geomecánicos.
- e. Cuando el modelo de estados límites se estructura, a partir de la aplicación de los criterios probabilísticos de niveles I - explícito y II, los chequeos de diseño son matemáticamente consistentes; sin embargo, no son siempre físicamente interpretables.
- d. La probabilidad real de falla de una cimentación diseñada con factores de seguridad parciales obtenidos de códigos, puede variar con respecto al valor teórico. Esto se debe a las funciones de distribución de probabilidad de los parámetros reales de análisis, que no son idénticas a las empleadas en los códigos para determinar la magnitud de dichos factores. Para obviar este problema, se recomienda determinar los factores de seguridad parciales, siguiendo el procedimiento indicado en el numeral 6.
- f. La variación en la probabilidad de falla tiende a incrementarse cuando los valores característicos corresponden a la media aritmética y tiende a reducirse cuando éstos se asocian a probabilidades de un valor adverso no mayores al 5%.
- h. Todas las consideraciones hechas en este artículo, están relacionadas con el manejo de las incertidumbres asociadas con las propiedades geomecánicas del terreno de fundación, con las acciones impuestas a las cimentaciones y con la tolerancia de las cimentaciones a las acciones impuestas por la superestructura y el terreno de fundación. Para tener en cuenta las incertidumbres

asociadas con la validez de los métodos de análisis y con los efectos de los procesos de construcción, es necesario incorporar factores de corrección por confiabilidad de los métodos de análisis y factores de corrección por efecto de escala en las funciones de margen de seguridad. Por tanto, cuando la mitigación de las incertidumbres relacionadas con el comportamiento de las cimentaciones no se hace de manera integral, no hay garantía absoluta de que se vean disminuidos los factores de mayoración de acciones y de reducción de capacidad.

Finalmente, el autor invita a los lectores a reflexionar sobre la aplicación de formulaciones probabilísticas en el ejercicio profesional de la geotecnia, teniendo en cuenta lo citado a continuación:

“El verdadero ingeniero de suelos y fundaciones no debería quedar satisfecho haciendo recomendaciones para diseño y construcción basado únicamente en perforaciones, ensayos de suelos y cálculos; no podría considerar más importante el virtuosismo en la teoría que el arte en la práctica; no debería aceptar que la educación glorifica las matemáticas hasta excluir los conocimientos empíricos adquiridos por la experiencia, ni que el trabajo en la oficina y en el laboratorio pudiera ser más importante que el trabajo de campo”.

*Profesor Ralph Brazelton Peck (1969)*

*“Advantages and Limitations of the Observational Method in Applied Soil Mechanics”*

[Cita textual de la traducción en Gutierrez, 1980]

## REFERENCIAS

- Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), *Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente -Ley 400 de 1997, Decreto 33 de 1998.*
- Arnal, L. y Betancourt, M. *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones del Distrito Federal.* 4. Ed. México: D.F.: Trillas, 1999, pp. 578-609.
- Casagrande, A. “Role of the “Calculate Risk” in Earthwork and Foundation Engineering”, *JSMFD, ASCE*, 91, SM 4, 1965, pp. 1-40.
- Geotechnical Consulting Group (GCG), *Key Features of ENV1997-1*, 1998, pp. 1-2.
- Civieltechnisch Centrum Uitvoering Research en Regelgeving (CUR), *Building on Soft Soils*, A.A. Balkema, Rotterdam, 1996.
- Day, R.A. “Limit State Design for Structures and Geomechanics - What Does It Really Mean?”. En: <http://www.uq.edu.au/~e2rday/publications/limitstate/LSDexplained.htm>. 1999.
- Day, R.A. *Limit States Design in Geotechnical Engineering - Consistency, Confidence or Confusion?*. En:

- <http://www.uq.edu.au/~e2rday/publications/limitstate/LSdesign.htm>. 1999.
- Day, R.A. "Safety Factors in Austroads Retaining Wall Design". *Proc., Austroads 1997 Bridge Conference*, Sydney, G.J.Chirgwin. Ed. 1, 287-294, 1997. En: <http://www.uq.edu.au/~e2rday/publications/limitstate/safetyfact.htm>. 1999.
- Day, R.A. *Structural Limit States Design Procedures in Geomechanics*. *Proc., Austroads 1997 Bridge Conference*, Sydney, G.J.Chirgwin. ed. 1, 275-286, 1997. En: <http://www.uq.edu.au/~e2rday/publications/limitstate/geolimitsd.htm>. 1999.
- Everts, H.J. y Luger, H.J. *Dutch National Codes for Pile Design*. *Proc., ERTC3 Seminar – Design of Axially Loaded Piles, European Practice*, Brussels, 1997, pp. 243-265.
- Gutiérrez Villegas, J. "Elementos sobre Instrumentación en Geotecnia", *Anales de las II Jornadas Geotécnicas*, Sociedad Colombiana de Ingenieros, Santa Fe de Bogotá, 1980, pp. 6-7.
- Hansen, J.B. "The Philosophy of Foundation Design: Criteria, Safety Factors and Settlement Limits", *Proc., Symposium of Bearing Capacity and Settlement of Foundations*, Department of Civil Engineering - Duke University, Durham - NC, USA, 1965, pp. 9-13.
- Harr, M.E. "Reliability - Based Design", *Civil Engineering*, Dover Publications, Mineola, New York, 1996.
- Katzenbach, R. y Moormann, Chr. "Design of Axially Loaded Piles and Pile Groups - German Practice". *Proc., ERTC3 Seminar – Design of Axially Loaded Piles, European Practice*, Brussels, 1997, pp. 243-265.
- Peck, R.B. "Bearing Capacity and Settlement: Certainties and Uncertainties". *Proc., Symposium of Bearing Capacity and Settlement of Foundations*, Department of Civil Engineering - Duke University, Durham - NC, USA, 1965, pp. 3-8.
- Sociedad Costarricense de Mecánica de Suelos. *Código de Cimentaciones de Costa Rica*, 1994.
- Simpson, B., Pappin, J.W. y Croft, D.D. "An Approach to Limit State Calculations". *Geotechnics, Ground Engineering*, 14(6), 1981, pp. 21-26.
- Simpson, B., Thompson, R., Findlay, J. y Bolton, M., "Eurocode 7 - Geotechnical Design Part 1 - General Design Rules, What Happens Now?". *Proc., Institution of Civil Engineers, Geotechnical Engineering*, 125, 1997, pp. 55-59.

