

Artículo original

UNIDAD PARA SUPERVISIÓN Y CONTROL DE MEDICIÓN DE EFECTO HALL CON LABVIEW®

UNIT FOR MONITORING AND CONTROLLING THE HALL EFFECT USING LABVIEW®

Hernán Rodríguez, L. Camilo Jiménez

Grupo de Películas Delgadas Departamento de Física, Facultad de Ciencias Pontificia Universidad Javeriana. Cra. 7 No. 43-82 Bogotá, Colombia rodríguez.hernan@javeriana.edu.co, cjimenez@javeriana.edu.co

Recibido: 03-12-2007: Aceptado: 14-10-2008:

Resumen

Se implementó una unidad para la medición de conductividad eléctrica y efecto Hall, que permite determinar propiedades de transporte en películas metálicas y semiconductoras, tipo de portadores mayoritarios, su concentración y su movilidad, a partir de la medición del voltaje Hall y la corriente. Es claro que para los metales el tipo de portadores son electrones, sin embargo ciertos metales como aluminio, zinc y cadmio entre otros, muestran un comportamiento que clásicamente sería atribuible a portadores de carga positivos (huecos). En el presente trabajo se discuten medidas de efecto Hall en dos tipos de materiales: cobre (Cu) y zinc (Zn). El resultado de las mediciones muestran que el cobre tiene un coeficiente Hall negativo RH = - (0.28 ± 0.01)×10⁻¹⁰ m³/C, mientras que el zinc tiene uno positivo RH = + (4.2 ± 0.2)×10⁻¹¹ m³/C. Estos resultados son acordes con valores reportados en la literatura. En la mayoría de textos de física del estado sólido no se menciona explícitamente la razón por la cual hay metales que muestran coeficiente Hall positivo. En este trabajo se discute este fenómeno por medio de sus estructuras de bandas.

Palabras clave. Efecto Hall, semiconductor, metal, LabVIEW.

Abstract

We assembled a Hall effect and electric conductivity measuring unit that allows the determination of transport properties in semiconductor and metal films, including the type and concentration of majority carriers and their mobility, from measurements of Hall voltage and current. It is clear that electrons are the charge carrier in metals, however some metals such as aluminum, zinc and cadmium among others exhibit a behavior that, according to the classical view, should be positive charge carriers (holes). In this paper we discuss Hall effect measurements in two types of materials: copper (Cu) and zinc (Zn). Results from measurements show that copper has a negative Hall coefficient $RH = -(0.28 \pm 0.01) \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{C}$ and zinc has a positive coefficient $RH = +(4.2 \pm 0.2) \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{C}$. Our results agree with those reported in the scientific literature. Most of the textbooks on solid state physics do not mention explicitly the reason why some metals show a positive Hall coefficient. We discuss this fact based on their band structures.

Key words: Hall effect, semiconductor, metal, LabVIEW.

INTRODUCCIÓN

La caracterización de materiales por efecto Hall, es una técnica ampliamente utilizada para determinar propiedades eléctricas como concentración de portadores, tipo de portador, movilidad etc., en metales y semiconductores. En este trabajo se implementó esta técnica para medir el efecto Hall sobre muestras metálicas con tamaños del orden de cm². La supervisión y control de parámetros de trabajo, se hizo mediante un sistema de adquisición de datos a través de una tarjeta de comunicación IEEE-488 que permite la comunicación entre los instrumentos de medición, una fuente de corriente y un computador. Estos instrumentos tienen interfaces de comunicación GPIB (general purpose interface bus). La comunicación permite la lectura de los parámetros de medición y el control de la fuente de corriente Hall. La supervisión y control con el PC se hace con una interfaz en LabVIEW a través de módulos de acondicionamiento de señal de National Instruments colocados en un chasis NI-SC 2342 para conversión análoga a digital.

DESCRIPCIÓN DE LA TÉCNICA DE EFECTO HALL

La corriente eléctrica *i* es el movimiento de portadores de carga (electrones o huecos) en una dirección preferencial dentro de un material, ya sea conductor o semiconductor por la acción de un campo eléctrico externo. Estos portadores de carga experimentan una fuerza eléctrica $\vec{F} = q \vec{E}$, donde *q* es la carga y \vec{E} es el campo eléctrico aplicado a la muestra por una fuente de corriente externa.



FIGURA 1. Principio del efecto Hall.

Como se observa en la Figura 1, si el conductor se encuentra en presencia de un campo magnético externo \vec{B} perpendicular a la dirección de la corriente, los portadores de carga experimentan una desviación perpendicular a sus trayectorias debido a la fuerza de Lorentz $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$. Como resultado de esta desviación de los portadores, se produce una acumulación de carga hacia los lados del conductor creando un voltaje transversal a la dirección de la corriente, conocido como voltaje Hall U_H (Kittel, 1996; Ashcroft y Mermin, 1976; Pierret, 1994).

El voltaje Hall U_{H} depende del tipo de material, de la geometría de la muestra y de parámetros físicos ajustables como la corriente *i* que circula por la muestra y la magnitud del campo magnético $|\vec{B}|$. La expresión correspondiente es:

$$U_{H} = \left(\frac{R_{H}}{d}\right) |\vec{B}| \tag{1}$$

donde $R_H = \frac{1}{\eta q}$ es la constante Hall que depende de la concentración de portadores η con carga q y d corresponde al espesor de la muestra.

De la ecuación 1 se puede notar que el voltaje Hall es inversamente proporcional a la concentración de portadores, por otro lado el signo de R_H depende del signo de q. De aquí se ve su importancia en la medición del efecto Hall. Determinando la constante Hall pueden hallarse no sólo la concentración de portadores y el tipo de portador mayoritario que tiene la muestra, sino también se pueden identificar mecanismos de conducción. Estudiando las variaciones de la concentración de portadores en función de la temperatura, puede determinarse, para el caso de materiales semiconductores, mecanismos de conducción intrínsecos o extrínsecos (Streetman y Banerjee, 2006).

DETALLES EXPERIMENTALES

Cuando se caracteriza una muestra por efecto Hall se miden principalmente los siguientes parámetros físicos: voltaje Hall, corriente a través de la muestra, campo magnético externo y temperatura de la muestra. La Figura 2 ilustra la forma en que se realizan las mediciones.



FIGURA 2. Diagrama para medición de efecto Hall.

La muestra (M) se coloca sobre un portamuestra (PM) en medio de un campo magnético \vec{B} producido por dos bobinas coaxiales (L_B) alimentadas con una fuente de corriente (I_{s2}). Para localizar el campo sobre la muestra se introducen unos núcleos de hierro cilíndricos con extremos cónicos móviles en medio de las bobinas. La medición de \vec{B} se hace con una sonda Hall (SH) y un teslámetro (Tm). La corriente sobre la muestra *i* se mide con un amperímetro DC (I_{s1}) y el voltaje Hall se mide con nanovoltímetro (nV). Si adicionalmente se desea estimar la conductividad de la muestra por el método de 4 sondas, puede medirse la caída de potencial en dirección del flujo de la corriente (voltaje longitudinal).

El voltaje Hall es una función de varias variables $U_H(I, B, T,...)$, por ello se debe desarrollar un algoritmo que permita estudiar la dependencia del voltaje Hall con las diferentes variables. Para el caso particular se ha estudiado la dependencia de U_H en función de la corriente de la muestra a temperatura y campo magnético constantes. La rutina que se ha desarrollado se ilustra en el diagrama de bloques que aparece en la figura 3.



FIGURA 3. Diagrama de flujo correspondiente a la captura de datos U_H vs. $I \operatorname{con} B$, $T \operatorname{constantes}$.

Los parámetros de entrada son: la corriente máxima permitida que circula por la muestra *imax*, el incremento en corriente Δi y el tiempo de espera t. La corriente *imax* se multiplica por -1 y se incrementa en un valor Δi . Este nuevo valor de corriente circula por la muestra, después se presenta un tiempo de espera t para asegurar condiciones de equilibrio, enseguida se produce la captura de datos correspondientes a la lectura de la corriente aplicada (read current source) y la lectura del voltaje Hall (read voltmeter). Una vez leídos los datos U_j , I_j , estos datos se almacenan y grafican. Si el valor absoluto de la corriente que circula por la muestra es inferior al valor máximo de corriente permitida, entonces el programa incrementa el valor de la corriente que circulará por la muestra y el ciclo se repite. Si por el contrario *i* es igual o mayor que *imax* el programa se detiene. En resumen se mide la dependencia del voltaje Hall en función de la corriente aplicada desde *-imax* hasta +*imax* en incrementos Δi , para un campo magnético y una temperatura determinados.

En el presente trabajo se caracterizaron muestras metálicas y semiconductoras cristalinas dopadas de constante hall $R_{\rm H}$ conocida, con la idea central de medir la constante Hall en muestras patrones, cuyos valores permiten probar la confiabilidad de las mediciones que se hagan con este sistema. Como muestras se han utilizado: una lámina de cobre Phywe 11803.00 y una lámina de zinc Phywe 11804.01. La Tabla 1 muestra los instrumentos empleados para la medición de los parámetros físicos involucrados en el experimento y descritos en la Figura 2.

Para la supervisión y control se desarrolló una aplicación para comunicación de instrumentos basado en el software LabVIEW 6i. El panel frontal de dicha aplicación se ilustra en la Figura 4.

Dicha aplicación permite graficar y almacenar en archivo de texto los datos obtenidos por el amperímetro (I_x) y el nanovoltímetro (U_{xy}) , siguiendo el protocolo descrito en la Figura 3, mediante un driver que maneja la comunicación entre el PC y los instrumentos por medio de la tarjeta GPIB. Este programa se ejecuta después que se ha medido manualmente el campo magnético en el lugar donde se localiza la muestra.

La medición de la temperatura de la muestra y del voltaje longitudinal U_{xx} (paralelo a la dirección de la corriente) para determinar simultáneamente la resistividad de la muestra por el método de 4 sondas, son efectuadas por el computador mismo usando módulos de acondicionamiento de señal y conversores de señal análogo-digital que son obtenidas a través de una tarjeta de adquisición de datos DAQ. Tanto el software LabVIEW como el hardware fueron fabricados por National Instruments.

EFECTO HALL EN METALES

Para discutir los resultados de efecto Hall en metales, en primer lugar es conveniente mencionar qué se entiende

Tabla 1
Instrumentos usados para la medición de parámetros físicos en experimento de efecto Hall

Parámetro físico	Instrumento
Generación de campo magnético	Electroimán Phywe 06480.01
Corriente para electroimán I _{s2} .	Fuente de potencia Phywe 13505.931
Transductor de campo magnético \vec{B}	Sonda hall axial Phywe 13610.01
Lectura de transductor de campo magnético \vec{B}	Teslámetro Phywe 13610.93
Corriente a través de la muestra I_{s1} .	Fuente de potencia Phywe 11394
Voltaje hall U_{μ}	Nanovoltímetro Keithley 2182
Tarjeta de comunicaciones PC-Instrumentos	GPIB NI-488.2
Temperatura de la muestra T	Termocupla tipo J Omega corporation
Lector de voltaje de termocupla para PC	Módulo NI SCC-TC01
Voltaje longitudinal (para medir resistividad)	Módulo NI SCC-A10
Acoplamiento de señal para computador	Chasis NI SC 2345
Conversor análogo-digital	Tarjeta DAQ NI PCI 6025E



FIGURA 4. Panel frontal del programa para medición de Efecto Hall escrito en LabVIEW 6i.

por un metal desde el punto de vista físico. Una primera aproximación para la explicación de un metal corresponde al modelo de Drude (Ashcroft and Mermin, 1976; Singh 1993). Este modelo se fundamenta en el modelo atómico de Rutherford. Según este modelo, el átomo está constituido por un núcleo cargado positivamente y una corteza electrónica cargada negativamente, los electrones que allí se encuentran están girando alrededor del núcleo en órbitas circulares de forma análoga al sistema planetario. Los electrones pertenecientes a las órbitas más próximas al núcleo están fuertemente ligados al mismo; sin embargo, aquellos electrones orbitando en trayectorias mucho más lejanas (electrones de valencia) estarán débilmente ligados, ello debido al apantallamiento eléctrico de los electrones de las órbitas internas. De esta suerte, los electrones de valencia pueden moverse con cierta facilidad a través de la red conformada por los iones (Fig. 5a), formando un "gas de electrones" que es el responsable de las propiedades eléctricas, ópticas, térmicas e incluso mecánicas de los metales.

Un modelo más refinado para el estudio de los metales corresponde al estudio de la mecánica cuántica aplicada a los sólidos (Kittel, 1996; Blakemore 1969). Según la teoría cuántica, los electrones tienen un comportamiento dual de onda o de partícula, entonces un electrón que se mueve en un sólido puede verse ahora como una onda que se mueve a través de una red conformada por los diferentes iones del metal. Como resultado de la interacción de los electrones con el potencial de los iones aparece una estructura de bandas, es decir, un conjunto de niveles energéticos permitidos y prohibidos para los electrones. Se tiene un metal cuando el nivel de Fermi, nivel que separa estados electrónicos ocupados de niveles desocupados, se encuentra en medio de una banda (Figura 5b). Es decir, cuando una banda electrónica está parcialmente llena.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la figura 6 se ilustran mediciones de efecto Hall a temperatura ambiente para una muestra de cobre. La lámina tiene un espesor de 18 im y a través de ella circula una corriente constante de 12 A.

Aquí se estudia la dependencia del voltaje Hall $U_{\rm H}$ en función del campo magnético a temperatura ambiente (T=300K). De esta gráfica se ve que existe una dependencia lineal entre el voltaje Hall y el campo magnético, mediante una regresión lineal se obtiene la pendiente de la recta y de aquí se obtiene el coeficiente Hall R_H = - (0.28 ± 0.01)×10⁻¹⁰ m³/C. El valor reportado en la literatura es R_H = - 0.536 x 10⁻¹⁰ m³/C (Stoecker, 1998). Vale la pena resaltar que el valor medido coincide en el orden de magnitud con el valor reportado en la literatura, lo cual ilustra la confiabilidad del sistema de medición.

A partir de esta constante se pueden evaluar ciertos parámetros de importancia, por ejemplo el signo negativo significa que el tipo de portador mayoritario para el cobre son electrones. La concentración de portadores $\eta = 1/q R_H$ obtenida para este elemento es 2.22 x 10²² electrones/cm³,



FIGURA 5. a) Modelo clásico de Drude en el que el metal se considera como un "gas de electrones". Figura extraída de Ashcroft and Mermin, 1976. b) Modelo cuántico para un metal: los electrones llenan parcialmente una banda de estados permitida.



FIGURA 6. Dependencia del voltaje Hall con el campo magnético para una muestra de cobre. La línea continua representa el resultado de la regresión lineal.

que como es de esperar es del orden de magnitud del número de Avogadro. El valor teórico para la concentración de portadores asumiendo una estructura compacta tipo FCC (cúbica centrada en las caras) con 4 electrones de valencia por celda unitaria de arista a = 4.10 Å (Stoecker, 1998) da como resultado una concentración de $\eta = 4/a^3 \cong 5.8 \times 10^{22}$ electrones/cm³, valor muy cercano al obtenido experimentalmente. En el presente trabajo se obtiene aproximadamente 0.38 electrones libres por átomo, el cual es un valor bastante aceptable teniendo en cuenta que la configuración electrónica para el cobre es [Ar]3d¹⁰4s¹, es decir, un electrón libre por átomo.

Adicionalmente, se midió la dependencia del voltaje Hall con el campo magnético para esta muestra a temperaturas entre 300K y 450K. Sin embargo, no se presenta ninguna variación en la constante Hall, esto quiere decir que la concentración de portadores es independiente de la temperatura. Este resultado está en concordancia con los modelos de los metales anteriormente discutidos. El incremento en la temperatura modifica únicamente la energía cinética promedio de los portadores pero su concentración permanece invariable.

Mediciones de efecto Hall también fueron realizadas en una muestra metálica de zinc de 25 µm de espesor. A través de la muestra de zinc circula una corriente de 12 A y se determina la variación del voltaje Hall con el campo magnético que varía desde -300 mT hasta 400 mT. El resultado se muestra en la Figura 7.

Para esta muestra también se observa una dependencia lineal entre el voltaje Hall y el campo magnético aplicado. El coeficiente Hall obtenido es $R_{\rm H} = + (4.2 \pm 0.2) \times 10^{-11} \, {\rm m}^3/{\rm C}$. La literatura reporta un valor de $R_{\rm H} = + 10.4 \, {\rm x} \, 10^{-11} \, {\rm m}^3/{\rm C}$ (Stoecker, 1998). El valor medido con el sistema es bastante bueno, hay una concordancia con el orden de magnitud; sin embargo, la discrepancia que se presenta puede atribuirse a varias causas. Entre ellas por ejemplo la pureza del material, puntos de contacto y también otros efectos más complejos como fenómenos galvanométricos, efecto Seebeck, Nerst, termovoltajes, etc.

Es importante notar que a diferencia del cobre, para el Zinc se obtuvo un coeficiente Hall positivo. De acuerdo con el modelo de Drude, esto indicaría que el tipo de portador para esta muestra son huecos, interpretación un tanto extraña si se tiene en cuenta que los portadores en metales son electrones, con carga intrínsecamente negativa. Para discutir esta cuestión acerca del tipo de portadores se debe considerar la configuración electrónica de ambos metales. Para cobre es claro que el mecanismo de conducción se basa en portadores de carga negativos y en total acuerdo con los conceptos del modelo de gas de electrones libres. Para el Zinc la configuración electrónica es [Ar]3d¹⁰4s², debido a esto su orbital s está totalmente ocupado por



FIGURA 7. Dependencia del voltaje Hall con el campo magnético a temperatura ambiente (T=300K) en una muestra metálica de zinc. La línea continua representa la regresión lineal.

electrones y en consecuencia debería ser un aislante. Sin embargo, desde el punto de vista de la estructura de bandas ocurre un sobrelapamiento entre la banda vacía (n+1)p y la banda llena ns, y como consecuencia los electrones más energéticos de la banda 4s tienen disponibles los estados menos energéticos de la banda 5p. Este tipo de elementos cuyos átomos tienen capas completas pero que a pesar de ello son conductores debido a sobrelapamiento entre bandas son llamados semi-metales (Blakemore, 1969; Ashcroft and Mermin, 1976).

Teniendo en cuenta la estructura de bandas se debe analizar el movimiento de los portadores en presencia de un campo magnético. De la física del estado sólido se sabe que a T=0K el nivel de Fermi marca el límite de los estados ocupados, los cuales energéticamente varían según la dirección dependiendo de la estructura cristalina del sólido. Esto determina la forma de la superficie de Fermi, la cual es decisiva para las propiedades de muchos metales. La forma de las superficies de Fermi para algunos metales se muestra en la Figura 8, junto con su respectiva zona de Brillouin, la cual está estrechamente relacionada con la estructura cristalina del metal.

La forma más simple de la superficie de Fermi es una esfera (Figura 8a) y corresponde de una manera aproximada al caso



FIGURA 8. Superficies de Fermi para varios metales. a) Sodio. b) Cobre c) Calcio d) Aluminio. El polígono que encierra la superficie de Fermi representa, en esquema de zona reducida, la primera zona de Brillouin ZB para Na, Cu, Ca y la segunda ZB para Al (trivalente), puesto que la 1ª ZB está totalmente ocupada. Ilustraciones tomadas de http://www.phys.ufl.edu/fermisurface/

de átomos monovalentes (metales alcalinos como Li, Na, K), lo cual se asemeja al caso de un gas de electrones libres cuya esfera de Fermi está encerrada dentro de la primera zona de Brillouin (1^a ZB). Cuando se incrementa el número de electrones de valencia por celda unitaria el radio de la superficie de Fermi también se incrementa y puede incluso llegar a tocar las fronteras de la 1^a ZB. Para metales trivalentes y tetravalentes la superficie de Fermi puede extenderse hasta la segunda e incluso tercera zona de Brillouin o más allá. Si se considera el esquema de zona reducida (Fig. 9a) es fácil darse cuenta que mientras la primera ZB está completamente llena, la segunda y la tercera están parcialmente llenas. Incluso en un esquema de zona periódica puede observarse que la segunda ZB está casi llena y que la tercera tiene la forma de rosetas periódicas (Blakemore, 1969; Kittel, 1996).

La importancia de estas superficies de Fermi para el transporte electrónico radica en que en la representación cuántica del electrón, interactuando como una onda que se propaga a través de un cristal periódico, la velocidad de un electrón con energía a en un cristal real corresponde a la *velocidad de grupo* i_g de un paquete de ondas con vector de onda cercano a k (Blakemore, 1969). Dicha velocidad de grupo está dada por:

$$v_g = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right) = \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{\varepsilon_k}{\eta}\right) = \frac{1}{\eta} \nabla_k \varepsilon$$
(2)

De acuerdo con esta ecuación, el movimiento del electrón se efectúa en dirección perpendicular a la superficie de Fermi de energía a. Otra forma de representar este movimiento del electrón en un cristal es asociando una masa efectiva al electrón, la cual en general es un tensor que depende de la concavidad de la superficie de Fermi y que está definido como:

$$\left[m_{ij}\right] = \eta^2 \left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i} \partial k_j\right]$$
(3)

En algunos sólidos con estructura cristalina muy compleja, las componentes fuera de la diagonal de este tensor son muy grandes y el campo eléctrico aplicado en una dirección produce una aceleración en otra diferente dirección. Esto sucede para superficies de Fermi que son marcadamente no-esféricas, dándose incluso el caso de que el tensor de masa efectiva tenga componentes positivas en algunas direcciones, mientras que posee componentes negativas en otras. Un ejemplo de esto se muestra en el "cuello" de la superficie de Fermi para el cobre que intersecta la 1^a ZB (Figura 10).



FIGURA 9. a) Vista en perspectiva de las primeras cuatro ZB para Al según Harrison, 1960.b) Superficie de Fermi para el zinc en estructura FCC y c) hcp (hexagonal compacta).



FIGURA 10. Detalle de la superficie de Fermi para Cu, mostrado en el esquema de zona repetida. Ilustración tomada de Blakemore, 1969.

Para estados de energía en el borde de ZB, la masa efectiva es positiva en las direcciones de $k_b y k_c$, pero negativa en la dirección k_a perpendicular al plano de la frontera. Ahora bien, teniendo en cuenta la expresión para la fuerza de Lorentz, que describe el movimiento de un electrón en presencia de un campo magnético, se tiene que los electrones se mueven en curvas de energía constante en un plano que es perpendicular a \Breve{b} .

$$h\frac{dk}{dt} = -\frac{e}{h^2} \nabla_k \varepsilon \times B$$
(4)

Dependiendo tanto de la forma de la superficie de Fermi en el esquema de zona reducida como de la zona de Brillouin, el vectors $\vec{\nabla}_k \varepsilon$ e incrementa hacia el exterior de la figura o hacia el interior de la figura. Según sea la dirección de este vector, los electrones se mueven en órbitas de electrones, órbitas de huecos o en una combinación de las dos.

CONCLUSIONES

Se implementó un sistema de supervisión y control para medir el efecto Hall en metales y semiconductores. Mediante el uso del PC y el programa especializado LabVIEW, el computador puede controlar instrumentos de medición por medio de la interface IEEE-488. Las mediciones hechas con este sistema en metales y semiconductores dopados han mostrado una excelente concordancia con resultados previos reportados en la literatura, demostrando una confiabilidad en los instrumentos de medición y del sistema de automatización. Por lo tanto, este sistema de medición puede utilizarse para la caracterización eléctrica de muestras tales como películas semiconductoras y metálicas que se producen en el Grupo de Películas Delgadas del Departamento de Física. La implementación de esta técnica de efecto Hall le permitirá al grupo contar con una herramienta importante para la caracterización eléctrica de estas películas. Al mismo tiempo permite ofrecer un servicio de caracterización a grupos de investigación que traba-



FIGURA 11. Movimiento de los electrones sobre la superficie de Fermi en un campo magnético. Dependiendo de la dirección de vector $\vec{\nabla}_k \varepsilon$, el electrón de mueve en órbitas de electrón (der.) ó de hueco (izq.)

jan en disciplinas afines, esto incentiva la interacción y cooperación con estos grupos.

AGRADECIMIENTOS

A la Vicerrectoría Académica de la Pontificia Universidad Javeriana que financió tanto la compra de los equipos como el tiempo de dedicación de los profesores al proyecto y al profesor H. Méndez por sus valiosos comentarios.

LITERATURA CITADA

ASHCROFT, N.W. y MERMIN, N.D. Solid State Physics, first edition. Saunders College Publishing. Philadelphia, USA. 1976.

- BLAKEMORE, J.S. *Solid State Physics*, first edition. Saunders College Publishing. Philadelphia, USA. 1969.
- HARRISON, W.A. Band Structure of Aluminum, *Phys. Rev.* 1960, 118, 1182.
- KITTEL, CH. Introduction to Solid State Physics. 7a edición. John Wiley & Sons. 1996.
- PIERRET, R. Fundamentos de semiconductores. 1ª edición en español. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington, USA. 1994.
- SINGH, J. *Physics of semiconductors and their heterostructures*, first edition. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 1993.
- STOECKER, H. *Taschenbuch der Physik*. Verlag Harri Deutsch, 1998.
- STREETMAN, B.G. y BANERJEE, S.K., *Solid State Electronic Devices*, 6a edición. Prentice Hall, 2006.