

Universitas

Enero-Junio
de 2001

SCIENTIARUM

ISSN 0122-7483



$$-\int \frac{Gdm}{S^2} \cos \phi$$



Volu m e m

6

Nº 1



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD JAVERIANA
Revista de la Facultad de Ciencias



UTILIZACIÓN DE COMPUTADORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Jeanette Vargas Hernández

*Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca. Programa de Ciencias Básicas,
Bogotá Colombia, jea75@latinmail.com*

RESUMEN

Este artículo centra la atención en retomar algunos argumentos sustentados en investigaciones alrededor del uso de los computadores en el aula de clase, y paralelo a ello se relacionan ejemplos de uso de software en el aula de matemáticas. Los ejemplos pretenden ser una excusa para reflexionar sobre la necesidad del docente de involucrarse en el manejo de las nuevas tecnologías, la posible estructura del estilo de problemas en la capacitación con docentes, y algunas implicaciones en el currículo.

Palabras Clave: tecnología, computadores, matemática, aprendizaje.

ABSTRACT

This article focus attention in discussing some reasonings supported in research about the use of computers in the classroom, and it also gives some examples of the use of software in the mathematics class. The purpose of these examples is to make teachers think about their need to get involved in using and learning new technologies, in addition the possible structure of the different kinds of problems in the teacher's training, and some implications in the curriculum.

Key Words: technology, computers, mathematics, learning, CABRI.

INTRODUCCIÓN

Al escribir "Ejemplos de utilización de computadores en el aprendizaje de las matemáticas" se pretende mostrar, no sólo posibilidades de usos de la tecnología, sino también invitar a los docentes a reportar sus experiencias en el aula de una forma sencilla pero rigurosa.

Cada ejemplo que se formule, ejercicio o problema abordado en el aula por los estudiantes, es una perfecta "excusa" para que el docente indague, entre otros, sobre cómo aprende el estudiante y qué indicios le reportan los argumentos, estrategias y preguntas presentadas por él,

para sustentar algunas afirmaciones expuestas por investigadores en la temática.

Es importante anotar que la elaboración de estos ejemplos y el análisis del trabajo en el aula exige además de la experiencia docente, recurrir a una revisión teórica, frente a la cual resulta innegable la admiración que se experimenta ante la cantidad de estudios, reportes, artículos, informes y demás textos sobre el tema de las nuevas tecnologías en el aula.

Todo ese material lleva a cuestionarse sobre elementos esenciales que involucran el aprendizaje, la enseñanza, los cambios que nuestra socie-

dad está exigiendo y primordialmente sobre el ciudadano que los docentes ayudan a formar. Es así como en esta reflexión se encuentran afirmaciones tales como: "Las estrategias educativas que se pongan en marcha deben respetar un principio fundamental: toda tecnología modifica sustancialmente las formas de construcción del conocimiento y la naturaleza misma de ese conocimiento. La acción humana (acción con propósito) está siempre mediada por instrumentos, sean estos materiales o simbólicos. Como corolario podemos afirmar que el conocimiento que se adquiere mediante nuevos instrumentos es un conocimiento nuevo" (Moreno y Rojano, 1998).

METODOLOGÍA

En una primera aproximación se realizó un análisis sobre investigaciones alrededor del uso del computador relacionado con la educación matemática, luego se fueron materializando ejemplos de los elementos teóricos expuestos en dichos documentos. Lo anterior en un esquema que se puede denominar "indagación práctica" ya que se llevó a cabo en el trabajo diario del docente con propósito de mejorar e innovar en la práctica educativa, la cual se vio enriquecida especialmente con una experiencia en el aula de clase con estudiantes de Delineantes de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca.

CONTENIDO

a. El profesor

Dado que el contenido general sobre el cual gira este escrito particulariza en matemáticas, se fijará la atención en la disciplina de la matemática como medio de modelación de situaciones y fenómenos del entorno, enfatizando la importancia del desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, y, "el pensamiento matemático apto para construir modelos para la conceptualización y para la resolución de problemas" (UNESCO. 1986).

Con estos parámetros y teniendo en cuenta que el enfoque actual de la Educación Matemática

plantea el problema de esta no es sólo en la enseñanza sino también en el aprendizaje, concepción que tiene en nuestra comunidad varios precedentes, como el de Castro (1994), y Romero (1997), los educadores y en particular los profesores de matemática no pueden seguir marginados de la revolución tecnológica; se hace necesario estudiar las posibilidades que brindan las nuevas tecnologías y desplegar toda nuestra creatividad e imaginación, para encontrar las mejores formas de llevarlas al aula y utilizarlas para potenciar el desarrollo integral de nuestros alumnos.

b. Estudiantes-profesores

Particularmente en el campo del aprendizaje es relevante el papel de los computadores, ya que en este ambiente el alumno tiene la posibilidad de realizar representaciones matemáticas recibiendo retroalimentación inmediata de sus acciones, además es posible concebir las matemáticas a un nivel de experiencia que no teníamos antes; es conveniente enfatizar que los computadores tienen un impacto muy fuerte porque cambian el campo de experiencia posible, dado que permiten ver los fenómenos de manera distinta por sus medios dinámicos, interactivos y sus características de manipulación. Para ello vale la pena citar la experiencia en un curso de capacitación con el programa CABRI.

CABRI GEROMETRI es un programa que tiene como principio de base, el estudio de los componentes de las figuras geométricas, las relaciones entre éstos y sus propiedades. Además brinda la posibilidad de modificar las construcciones por medio de las funciones "arrastrar" y "desplazamiento" de las figuras realizadas, de tal forma que cada figura construida se convierte en realidad en una colección de las mismas. Es importante tener en cuenta que en CABRI la construcción de figuras congruentes debe realizarse por copia a partir de arcos dibujados con compás.

En la experiencia del curso de capacitación citado, con la particularidad de ser docentes cada uno de los estudiantes, cada uno tuvo la oportunidad de trabajar con CABRI y comprobar al-

gunas de sus hipótesis, además de visualizar las múltiples situaciones de un solo problema, uno de los cuales se describe a continuación:

Consuelo desea construir un corral para sus vacas y cuenta con dos cercas de igual tamaño que puede ubicar contra un muro formando un cercado triangular. ¿Cómo debe ubicar las dos cercas para que el corral quede con la mayor área posible? (Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, Curso-Taller. 1999. CUÉLLAR, Hugo)

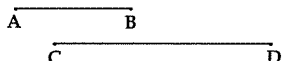
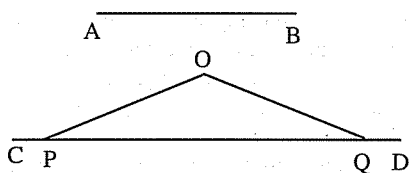


Figura 1

En la Figura 1, el segmento AB representa el tamaño de cada una de las cercas y el segmento CD representa el muro.

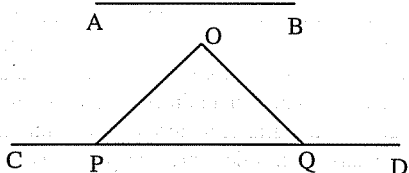
Con la ayuda de las herramientas CABRI es posible simular todas las posibilidades y determinar cuál es la mejor opción.

El área de la cerca formada (triángulo POQ) depende del ángulo con el que se ubiquen las cercas. Así en la Figura 2, para un ángulo OPQ de 16° , con esas cercas, el área es de $5,62 \text{ cm}^2$. Y para un ángulo OPQ de 53° , Figura 3, con esas mismas cercas, el área del triángulo OPQ es de $10,18 \text{ cm}^2$.



Angulo OPQ: $16,0^\circ$
Area del triángulo OPQ: $5,62 \text{ cm}^2$

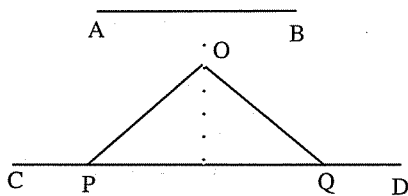
Figura 2



Angulo OPQ: $53,0^\circ$
Area del triángulo OPQ: $10,18 \text{ cm}^2$

Figura 3

Haciendo recorrer el punto O sobre el segmento punteado se observa que la mayor área ($10,60 \text{ cm}^2$) para el triángulo OPQ se obtiene cuando el ángulo OPQ es aproximadamente 45° . Figura 4.



Angulo OPQ: $45,0^\circ$
Area del triángulo OPQ: $10,60 \text{ cm}^2$

Figura 4

La visualización del "recorrido del punto O" es una característica de la geometría dinámica que permite conservar relaciones, y que garantiza tener una familia de triángulos y no un único triángulo. Aunque esta solución es incompleta, y aparentemente sin ninguna justificación, permite visualizar la solución y abrir caminos para una demostración más rigurosa.

c. Estudiantes y currículo

Como se definió al iniciar: "considerando el pensamiento matemático apto para construir modelos para la conceptualización y para la resolución de problemas", en el aprendizaje de las matemáticas, la construcción de modelos juega un papel importante que se puede abordar mediante el uso del computador, dando al estudiante la oportunidad de explorar múltiples posibilidades de una situación y poner a prueba varias hipótesis, además, le proporciona un laboratorio para examinar conjeturas, que le permiten aprender a valorar y a sacar conclusiones con base en un número representativo de observaciones, una representación gráfica, y una simbolización matemática de las relaciones establecidas.

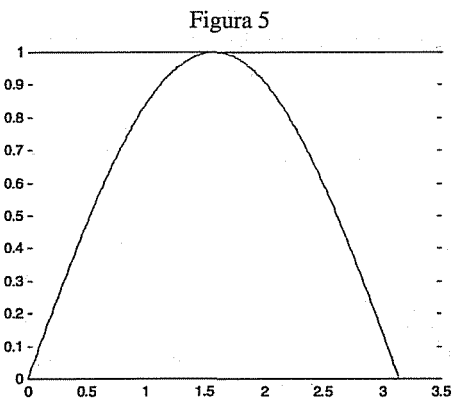
En la construcción de modelos encuentra un papel determinante la programación, ya que en su proceso aparecen preguntas como: ¿cuál es la relación entre variables? ¿Existen límites para el dominio de valores que cumplen las relaciones pertinentes?, una tarea de esta magnitud en-

seña a construir modelos matemáticos y “una buena programación es una buena resolución de problemas”. (UNESCO. 1986)

En esta misma línea de ideas, si se parte de la premisa que las nuevas tecnologías constituyen un nuevo entorno para aprender las matemáticas, se visualiza la transformación que se ha dado al uso de los computadores. Inicialmente eran facilitadores del trabajo mecánico pero con el correr del tiempo se ha identificado que producen cambios significativos en la experiencia matemática de los estudiantes a nivel epistemológico.

Un ejemplo más para este caso, pero especial para la anterior afirmación, lo podemos encontrar en la introducción a las derivadas en forma gráfica con ayuda del programa MATLAB. Concepto que, por citar un caso, es de uso primordial en economía. Figura 5.

La escritura sería la siguiente:
`x=linspace(0,pi,200);`
`EDU» y=sin(x);`
`EDU» plot(x,y,'r')`,
`hold on`



Y ahora construye algunas rectas secantes, figura 7:
`for i=1:-0.2:0.2`
`plot(x,((sin((pi/4)+i)-sin(pi/4))*(x-pi/4)/`
`i)+sin(pi/4)),`

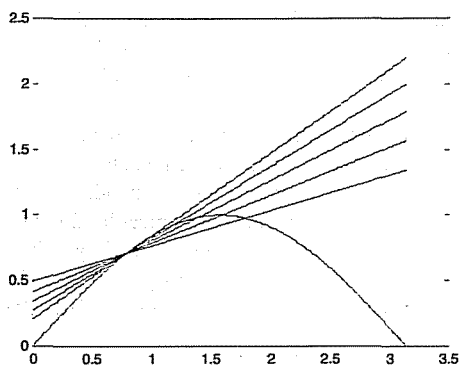


Figura 6

Vale la pena citar en estas imágenes en el computador, el efecto de la visualización dinámica e interactiva sobre la formación de imágenes conceptuales y la transición de representaciones gráficas geométricas a simbólicas.

Es básico tener presente que el impacto de los computadores en el currículo escolar depende de la decisión que se tome en cuanto a la extensión y propósito del uso del computador, ya que de allí se desprenden diversas maneras de organizar el currículo. “La organización del currículo cambia radicalmente si el objetivo deja de ser “aprender conceptos” y se sustituye por el de “aprender a resolver problemas” en el sentido amplio. ... Un currículo diseñado bajo esta perspectiva debe contemplar, de manera central, una serie de situaciones y contextos que acepten una estructura matemática semejante y que permitan al alumno ampliar el campo de aplicación del concepto estudiado” (Waldegg, 1998). Es tarea del maestro buscar un equilibrio en el uso de los computadores, de tal manera que no se dejen en segundo plano ni se exageren las dimensiones de sus aportes, ya que en cualquiera de estos dos casos se estarían olvidando otros procesos importantes de conceptualización. En la búsqueda de este equilibrio resulta pertinente mencionar que los computadores en el aula de matemáticas no son un fin en sí mismo, sino un medio para lograr el mejoramiento, tanto de la enseñanza como del aprendizaje de las matemáticas. Es también relevante que el maestro y las directivas exploren cuáles son las creencias, tanto de los profesores como de los alumnos y

padres de familia, para tomar conciencia de los obstáculos que dichas creencias puedan generar respecto al uso del computador y así tomar los correctivos necesarios.

Otro aspecto fundamental en el uso del computador es el manejo de problemas complejos los cuales pueden atacarse con diferentes herramientas matemáticas, lo que favorece la integración de la geometría, el álgebra y la estadística de una manera natural.

El programa MATLAB es un software de computación numérica, análisis de datos y visualización gráfica. Como características del MATLAB cabe destacar: programación sencilla (sintaxis elemental), continuidad entre valores enteros, reales y complejos, tiene abundantes herramientas gráficas.

Véase el ejemplo, Figura 8, de gráfica de funciones trigonométricas que bien se puede aplicar en Arquitectura, Ingeniería o Física. El número eps resuelve muchos problemas de dividir por cero, en el caso de tangente o en $\sin(x)/x$

```
x=x+(x==0)*eps
sin(x)/x
x=linspace(0,10,101); %crea los datos
y=sin(x) %calcula el seno
z=(y>=0).*y; %fija a cero los valores negativos y
z=z+0.5*(y<0); %si sen(x) es negativo suma 0.5
z=(x<=8).*z; %fija en cero los valores de x mayores que ocho
Plot(x,z) %Permite obtener la siguiente gráfica
```

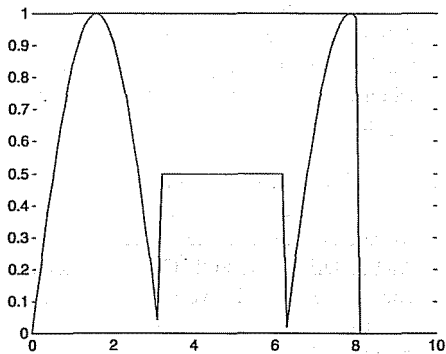


figura 7

Es claro que algunos estudiantes no sólo utilizan el computador en las experiencias en clase, sino que también cuentan con recursos tecnológicos en su entorno social, entre ellos cabe destacar la multimedia, el hipertexto y la internet, es decir, los estudiantes cuentan con:

- Multimedia entendida como una combinación de texto, arte gráfico, sonido, animación y vídeo. "Alguien pueda navegar en el ámbito de tales recursos, progresa en su capacidad de aprender. Todo apunta a un estudiante responsable, capaz de construir conocimientos y de comunicarse efectivamente". (Vaughan, 1989)

- El desarrollo mundial de las redes, y más exactamente de la red de redes, INTERNET, red que le brinda la posibilidad a cualquier usuario la información que necesita en "segundos" independientemente de dónde se encuentre.

- El hipertexto, cuya definición básica nos remite a un texto concebido en fragmentos y vínculos que le permiten al lector una navegación no lineal y, por tanto, interactiva. En las palabras de Phillippe C. Duchastel, "los sistemas de hipermedios no deben considerarse principalmente como herramientas de enseñanza sino como herramientas de aprendizaje".

CONCLUSIÓN A TRAVÉS DE UNA EXPERIENCIA EN EL AULA

Dado que el objetivo primordial de este artículo consiste en una invitación a los docentes, enunciar algunos recursos de software y presentar ejemplos de su posible uso en el aula de clase de matemáticas, nos permite únicamente reiterar que sólo a través de la experiencia, los aspectos enunciados en el contenido toman características específicas y reales para cada docente. Cuando se planea y realiza un proyecto en aula de clase, se obtienen argumentos para justificar o no el uso de las nuevas tecnologías en nuestras aulas de clase.

Una primera conclusión se deduce al retomar un trabajo en el aula en el transcurso de dos semestres en el año 1998, con estudiantes de primer semestre de Delineantes de Arquitectura e

Ingeniería de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, que permite observar a través del uso del programa CABRI GEOMETRE, algunas dificultades en conceptos como paralelismo y perpendicularidad, en donde más de un 50% de los estudiantes buscan trazar “una” recta perpendicular, encontrando inicialmente dificultades dado que no se preguntan ¿perpendicular a.?, evidenciándose ausencias de las relaciones entre elementos e invariantes de cada concepto.

En esta experiencia en el aula con CABRI, se puede destacar que tal vez debido a las experiencias previas con geometría, ellos siguen procedimientos en donde “ahorran” pasos, pero se limitan en la posibilidad de explorar estrategias que ofrece la potencia del programa.

La experiencia que se refiere se presenta después de una sesión de exploración de los comandos, y tres sesiones de talleres guiados solamente a través de una pregunta inicial, sobre construcción de figuras. La mayoría de estudiantes llegan elaborar una bitácora de cada uno de los ejercicios abordados en clase. Una de los cuales se presenta textualmente a continuación, y la cual es respuesta a una única instrucción del docente “Hallar el área de un polígono regular con ayuda de las herramientas de CABRI”, sin utilizar como primera posibilidad la herramienta –medir área–.

“Pasos a seguir para hallar el área de un polígono regular:

1. Encontramos al icono recta y haciendo doble click sobre polígono regular entro a este.
2. Ubicamos un punto en la pantalla, suelto y sostengo un click; hasta formar una circunferencia de tamaño.
3. El punto ubicado anteriormente será centro del polígono dado. Preferiblemente lo señalaremos con un color diferente al del polígono. Figura 8

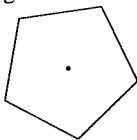


Figura 8

4. Para hallar el perímetro del polígono...
5. Para hallar la apotema del polígono trasladamos el mouse al icono de recta perpendicular y con un click en el punto centro del polígono; hasta otro click en un punto que corte cualquiera de los lados del polígono, nos dará trazada una perpendicular. Figura 9.

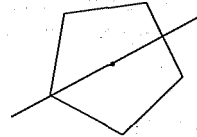


Figura 9

6. Ubicamos el cursor en el icono punto de intersección. ¿Por qué? Porque el computador necesita la información, desde qué punto mediremos la distancia.
7. Necesitamos hallar el valor de esta medida y se halla con el icono distancia y longitud, haciendo click sobre el segmento llamado apotema y así se obtendrá el valor de ésta. Figura 10.

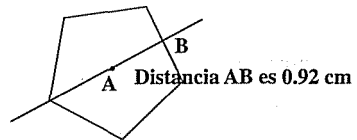


Figura 10

8. Procedemos a hallar el área del polígono con la fórmula. En el icono calcular se entra con doble click sobre los números que representan las medidas de perímetro y apotema. Obtenemos la medida del área del polígono regular.
9. Por último, Figura 11, comprobamos el resultado con el icono Area, hacemos click sobre cualquier lado del polígono y saldrá ÁREA DE ESTE POLÍGONO. Haciendo click sobre este aviso verificamos que el valor ilustrado será igual al valor hallado anteriormente”.

Area del polígono $3,09 \text{ cm}^2$

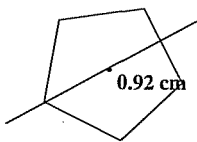


Figura 11

Del programa CABRI se pueden también nombrar dos características que vale la pena resaltar, ya que se tornaron importantes en esta experiencia en el aula de clase:

- A. Proporciona un medio de expresión de ideas que suscita la formulación de conjeturas, las cuales pueden validarse con instrumentos de control, como la toma de medidas o la comprobación de propiedades.
- B. Permite ir construyendo la necesidad de demostrar; contribuye a pasar de la geometría del dibujo a la geometría de los objetos geométricos

LITERATURA CITADA

CEVALLOS, G. 1998. *Multimedia, todo lo que sus sentidos pueden captar*. RED, Año II, 25.

MORENO, L, y ROJANO, T. 1998. *Las Nuevas tecnologías en el aula de matemáticas y ciencias*, Revista Avance y Perspectiva, 17, 1 – 7.

Ministerio de Educación Nacional y Organización de Estados Americanos. 1999. *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares*. Colombia.

UNESCO. 1986. *Innovaciones en la Educación en Ciencias y Tecnología. Vol.1 Uruguay. 173p.*

VAUGHAN, T. 1989. *Multimedia Makingit work*. Osbome. McGraw Hill.

WALDEGG, G. 1998. *Principios Constructivistas para la Educación Matemática. Revista EMA. V.4 No.1. pág. 16-31.*