UNIVERSITAS SCIENTIARUM
Revista de la Facultad de Ciencias
PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

Vol. 9, N° 1: 13-22

PRIMEROS ANTECEDENTES SOBRE LO INFINITAMENTE PEQUEÑO

Iván Castro Chadid[1], Jesús Hernando Pérez[2]

[1.] *Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.*
<ivan.castro@jol.net.co>
Universidad Nacional de Colombia

[2.] *Universidad Nacional de Colombia*
Universidad Sergio Arboleda
<jhpalcazar@multiphone.net.co>

RESUMEN

El concepto matemático de lo infinitamente pequeño fue fruto de un arduo trabajo de la humanidad a través de muchos siglos, los primeros logros al respecto se deben fundamentalmente a los desarrollos obtenidos por los atomistas cuyos principales exponentes fueron Demócrito, Zenón, Arquímedes en la antigua Grecia y Galileo, Cavalieri en el Renacimiento. En este artículo se hace una presentación de los métodos empleados por Arquímedes y Cavalieri para abordar este problema desde su propia perspectiva.

Palabras clave: infinitamente pequeño, infinito como cantidad, indivisibles, infinitésimo de orden mayor.

ABSTRACT

The mathematical concept of something infinitely small was achieved thanks to arduous work of humanity throughout many centuries. The first achievements related to the topic exist, fundamentally, because of the developments obtained by the atomists, being their most important exponers Democritus, Zenon and Arquimedes in ancient Greece, and Galilleo and Cavalieri in the Renaissance. The methods used by Arquimedes and Cavalieri to approach this problem, from their own perspectives, are presented here.

Key words: infinitely small, infinite as a quiantity, indivisible, infinitecimal of greater order.

INTRODUCCIÓN

Las teorías matemáticas sobre lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande, es decir, aquellas que permiten manejar el infinito como cantidad, han tenido una historia muy larga que todavía no culmina, y que en su forma más acabada se conocen hoy día como “matemática no estándar” por un lado y por el otro, como “geometría diferencial sintética”; ellas iniciaron su recorrido en épocas tan tempranas como el siglo V antes de nuestra era, con una idea popularizada por Demócrito y Arquímedes, según la cual las líneas están constituidas por segmentos de longitud infinitamente pequeña. Pongamos por caso, una circunferencia es un polígono regular cuyos lados son infinitesimales o infinitésimos. Esta primera idea sufrió varias transformaciones en virtud de algunas dificultades para manejarla. El propio Arquímedes, gracias a su pericia en el manejo de las leyes mecánicas asociadas a las palancas, la convirtió en lo que más tarde Cavalieri llamaría indivisibles. Los indivisibles en el método de Arquímedes poseen una característica muy importante que no atrae mucho a los matemáticos, pero sí a quienes gustan de la física: Tienen peso.

EL MÉTODO DE ARQUÍMEDES

La idea más antigua sobre lo infinitamente pequeño está asociada a una manera muy particular de entender las circunferencias y los círculos. No es extraño que fuera precisamente la figura más esclarecida del atomismo griego, Demócrito de Abdera (460-360 a. de C.), quien sugirió por primera vez, que las circunferencias y los círculos son, en realidad, polígonos regulares con infinitos lados infinitamente pequeños.

Demócrito de Abdera
(460-360 a. de C.)

La concepción atomista en las diferentes etapas del desarrollo científico se ha manifestado también en matemáticas a través del concepto que se tenga sobre lo infinitamente pequeño. La primera presentación formal coherente y sólida que se conoce de una teoría atomista se debe a Demócrito. Ésta descansa sobre el principio del movimiento de la materia. Según dicha concepción, los átomos se mueven eternamente; el átomo es la materia misma en movimiento, Demócrito entendía los átomos como el ser, y el vacío como el no ser; pero el vacío era para él tan real como los átomos [Dynnik, 1968].

Aristóteles refiriéndose a Demócrito sostenía:

> "Parece haber meditado sobre todas las cosas, y nadie antes que él había hablado del crecimiento y del movimiento más que de un modo superficial" [Vera, 1970].

Marx y Engels lo consideraban como un *"naturalista empírico y primera mente enciclopédica de los griegos"* [Marx, *et al.*, 1955]. Fue el primero que planteó en toda la historia de la ciencia griega de la Antigüedad el problema del espacio y del tiempo; para este filósofo abderita, espacio es todo el gran vacío en el que se mueven los átomos, además lo consideraba continuo infinito en extensión y negaba que su divisibilidad fuera infinita [Dynnik, 1968].

En la carta a Eratóstenes enviándole un ejemplar de *El método*, Arquímedes atribuye a Demócrito el cálculo del volumen de la pirámide, además, de acuerdo a la interpretación de algunos escritos de Plutarco refiriéndose a Demócrito, se afirma que éste ya tenía la idea del sólido como suma de infinitos planos paralelos o de láminas infinitamente delgadas e infinitamente próximas, lo cual constituye la más importante anticipación de la misma idea que conducirá a los resultados más fecundos de Arquímedes [Vera, 1970].Las ideas de Demócrito suscitaron el rechazo de algunos filósofos entre ellos Platón quien:

> "abrigó el propósito de quemar todas las obras de Demócrito que él había podido reunir pero los pitagóricos Amiclas y Clinias le disuadieron " [Heath, 1981];

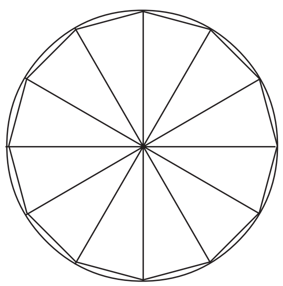
si bien es cierto, no se quemaron, desafortunadamente desaparecieron en el siglo III, quedando tan sólo algunos fragmentos y referencias a sus escritos a través de otros autores. Demócrito fue llamado “el filósofo que ríe” [Vera, 1970], sostenía que *“es preferible un descubrimiento científico a la corona de un rey”* [Vera, 1970], se afirma además que se quedó voluntariamente ciego: para meditar mejor, según unos y para que el corazón no se le fuera tras lo que veían sus ojos, según otros [Vera, 1970].

La tesis de que las circunferencias y los círculos son, en realidad, polígonos regulares con infinitos lados infinitamente pequeños, fue retomada posteriormente por Arquímedes y muchos siglos después por L Hôpital. Aquí aparecen dos tipos de infinitos cualitativamente diferentes: uno para contar (infinitos lados) y otro para medir (cada lado es infinitamente pequeño).

En manos de Arquímedes, esta idea permite construir argumentos para justificar teoremas. Un ejemplo interesante es el siguiente:

Para calcular el área de un círculo C de radio r, sabiendo que la longitud de la circunferencia es 2r (notación moderna), Arquímedes procedió de la siguiente manera:

Sean p_n un n-ágono regular inscrito en C y a_n su lado; al trazar los radios que van del origen a los vértices del n-ágono, obtenemos n triángulos todos de base a_n y altura b. El área de cada triángulo es $\frac{1}{2}a_n b$, luego el área de p_n es $\frac{1}{2}a_n b$.



Cálculo del área de un círculo

Pero el propio círculo C es un polígono de infinitos lados infinitamente pequeños (infinito actual), en este caso na_n es la longitud de la circunferencia, esto es $2\pi r$ y b es el radio r. De donde el área del círculo es:

$$\frac{1}{2}2\pi r r = \pi r^2$$

Sobre la vida de este gran científico griego es poco lo que se conoce con exactitud. Se sabe que murió en el año 212 a.C. en la colonia griega de Siracusa durante la segunda guerra púnica, asesinado por un soldado enemigo al caer esta ciudad en manos de las tropas romanas comandadas por Marcelo.

Arquímedes (287 a.C.-212 a.C.)

En algunos escritos se asegura que vivió 75 años y en base a esto se cree que nació alrededor del año 287 a.C. En uno de sus libros se refiere a su padre como el astrónomo Fídias. Parece ser que estudió en Alejandría pero vivió en Siracusa. Muchas de las anécdotas que se han tejido alrededor de la vida de Arquímedes lo relacionan con la familia real, de ahí que algunos historiadores consideran que él hacía parte de dicha familia.

De sus escritos se pueden intuir algunos aspectos de su personalidad como puede ser un fino sentido del humor. En su obra *Sobre las espirales*, cuenta que algunos de sus amigos de Alejandría resolvieron publicar unos teoremas que él les mandó, como propios. Por tal razón en el siguiente envío incluyó dos teoremas falsos:

> "para que aquellos que afirman haberlo descubierto todo pero no ofrecen prueba alguna, puedan ser refutados de haber pretendido en realidad descubrir lo imposible" [Vardi, 1998].

La obra científica de Arquímedes es inmensa, Plutarco se refirió a ella con las siguientes palabras:

> "No es posible encontrar en geometría cuestiones más difíciles e intrincadas, ni explicaciones más sencillas y brillantes. Algunos lo atribuyen a su genialidad; otros a un increíble esfuerzo y desvelo que producen estos resultados aparentemente fáciles y naturales" [Heath, 1981].

Su producción intelectual ha sido clasificada en tres categorías [Castro, 1994]:

1. Las que se han conservado a través de los tiempos.
2. Los palimpsestos.
3. Las que están incompletas o definitivamente han desaparecido.

Los palimpsestos son llamados así, debido a que algunos monjes del siglo XIII rasparon unos pergaminos en donde estaban escritas ciertas obras de Arquímedes para rescribir en ellas oraciones y liturgia. Entre éstos se destaca *El método*, descubierto en 1906 por el historiador Johann Ludwing Heiberg en un palimpsesto de la Biblioteca de Irak.

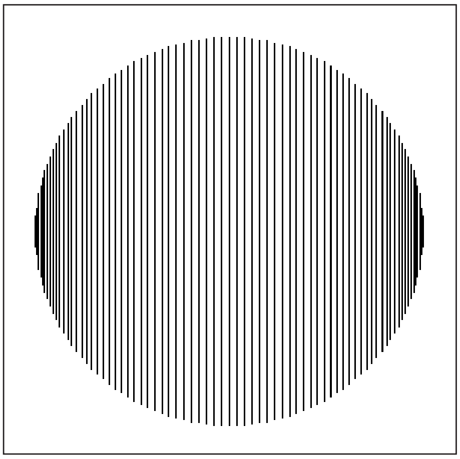
En *El método* y en *Sobre el equilibrio de las figuras planas* (I y II) [Pérez, 1981] (una de las obras que se han conservado a través de los tiempos), Arquímedes establece los principios de su técnica en forma de una teoría con axiomas y teoremas, los elementos básicos de esta teoría son [Pérez, 1983]:

1. Todas las figuras tienen peso.

2. El peso de cada figura es igual a su magnitud geométrica; por ejemplo, el peso de una línea es su longitud, el peso de una superficie es su área, etc.

3. Todas las figuras tienen centro de equilibrio, o como se llama modernamente centro de masa, por ejemplo, el centro de masa de un círculo es su centro geométrico, similarmente, el centro de masa de un triángulo equilátero es su centro geométrico.

4. Cada figura, según el caso, se puede descomponer en infinitas figuras del mismo tipo y de orden inferior. Por ejemplo, un círculo es la unión de todas sus cuerdas paralelas a una cuerda dada.

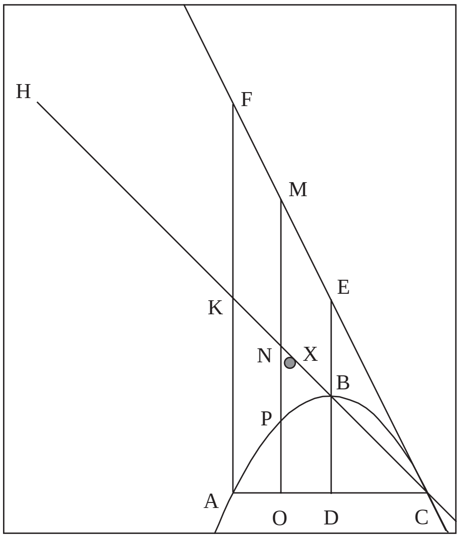


Este último principio fue la fuente de inspiración para el posterior trabajo de Cavalieri.

Como todas las figuras tienen peso, utilizando una balanza y equilibrando figuras se pueden determinar magnitudes como se ilustra en los dos ejemplos que se presentan a continuación [Pérez, 1981], [Del Grande, 1993].

Área de un segmento parabólico

Considérese una parábola de vértice en B y cuyo eje es $\overleftrightarrow{BD}$ (véase la figura correspondiente). Se quiere determinar el área comprendida entre la parábola y la perpendicular $\overleftrightarrow{AC}$ al eje.



Sobre la tangente a la parábola en el punto C tomamos F de tal manera que $\overleftrightarrow{FA}$ sea paralelo a $\overleftrightarrow{ED}$; $\overleftrightarrow{MO}$ se construye paralelo a $\overleftrightarrow{ED}$. Los puntos K y H se toman en la recta determinada por los puntos B y C de tal manera que $\overleftrightarrow{HK}$ = $\overleftrightarrow{KC}$.

Por propiedades de la parábola se tiene que $\overleftrightarrow{EB}$ = $\overleftrightarrow{BD}$. La justificación moderna y al estilo cartesiano, de este hecho es la siguiente:

Consideremos coordenadas cartesianas de tal manera que el punto B sea el origen del sistema y la recta que pasa por D y E coincida con el eje y. En esta forma la ecuación de la parábola será $y=-ax^2$ en donde a>0. Si x_0 es la ordenada del punto C, entonces la ecuación de la recta tangente será:

$$y=-(2ax_0)x+ax_0^2$$

En esta forma la abscisa del punto E es ax_0^2 mientras que la de D es $-ax_0^2$. Luego la longitud de $\overleftrightarrow{BE}$ es ax_0^2 y la de $\overleftrightarrow{BD}$ es también ax_0^2, y así, $\overleftrightarrow{BE}$ = $\overleftrightarrow{BD}$.

Por otra parte, los triángulos $\triangle AFC$ y $\triangle KFC$ son semejantes respectivamente a los triángulos $\triangle DEC$ y $\triangle BEC$, por lo tanto $\overleftrightarrow{FK}$ = $\overleftrightarrow{KA}$. En forma análoga se demuestra que $\overleftrightarrow{MN}$ = $\overleftrightarrow{NO}$.

Como los triángulos $\triangle AKC$ y $\triangle ONC$ son semejantes se tiene que $\overleftrightarrow{CA}:\overleftrightarrow{CO}$ = $\overleftrightarrow{CK}:\overleftrightarrow{CN}$ luego, $\overleftrightarrow{CA}:(\overleftrightarrow{CA}-\overleftrightarrow{AO})$ = $\overleftrightarrow{CK}:(\overleftrightarrow{CK}-\overleftrightarrow{KN})$ y así $\overleftrightarrow{CA}:\overleftrightarrow{AO}$ = $\overleftrightarrow{CK}:\overleftrightarrow{KN}$.

Se tiene también la relación $\overleftrightarrow{CA}:\overleftrightarrow{AO}$= $\overleftrightarrow{MO}:\overleftrightarrow{OP}$.

Esto se puede ver, mediante el método cartesiano, en la siguiente forma:

Considérese, nuevamente, el plano de la parábola como un plano cartesiano en el cual el origen es el punto B y la recta determinada por los puntos B y D es el eje de las ábsidas. Para simplificar, considere que la ecuación de la parábola es $y=-x^2$ y llamando, nuevamente, x_0 la ordenada del punto C; la ecuación de la tangente será:

$$y=-(2x_0)x+x_0^2,$$

y entonces, si x_1 es la ordenada de los puntos P, M, éstos se representarán como

$$P=(x_1,-x_1^2) \text{ y } M=(x_1,-2x_0x_1+x_0^2)$$

De esto se sigue que

$$OM = x_0^2 - 2x_0x_1 + x_0^2 = 2x_0(x_0 - x_1), \quad OP = x_0^2 - x_1^2$$

Por otra parte

$$AC = 2x_0 \quad \text{y} \quad AO = x_0 + x_1 \,.$$

En conclusión

$$\frac{OM}{OP} = \frac{2x_0(x_0 - x_1)}{x_0^2 - x_1^2} = \frac{2x_0}{x_0 + x_1} = \frac{AC}{AO}$$

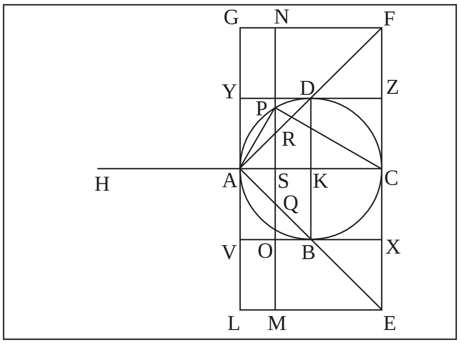
Como $\overleftrightarrow{CK} = \overleftrightarrow{HA}$ se tiene entonces que $\overleftrightarrow{KH} : \overleftrightarrow{KN} = \overleftrightarrow{MO} : \overleftrightarrow{OP}$. Suponiendo ahora que los segmentos $\overleftrightarrow{MO}$, $\overleftrightarrow{OP}$ tienen pesos iguales a sus longitudes, y trasládese $\overleftrightarrow{OP}$ al punto H. Tomando K como centro de equilibrio de la palanca $\overleftrightarrow{HN}$ se tiene entonces que el segmento $\overleftrightarrow{OP}$ colocado en H equilibra al segmento $\overleftrightarrow{MO}$ colocado en N y si O recorre $\overleftrightarrow{AC}$ el área que se busca colocada en H equilibra el área del $\triangle AFC$ colocado en X, centro de gravedad del mismo. Así pues, llamando α el área del sector parabólico y β la del triángulo se tendrá:

$$\alpha : \beta = \overleftrightarrow{KX} : \overleftrightarrow{HK}$$

o sea,

$$\alpha = \frac{1}{3}\beta$$

Volumen de una esfera



Los datos de la figura adjunta son los siguientes: $\overleftrightarrow{AC}$ y $\overleftrightarrow{BD}$ son diámetros perpendiculares de la circunferencia con centro en K y radio r; $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{LG}$ y $\overleftrightarrow{MN}$ son perpendiculares a $\overleftrightarrow{AC}$; $\overleftrightarrow{HC}$ es perpendiculares a $\overleftrightarrow{EF}$, pasa por el punto K y tiene longitud 4r.

Se tienen las siguientes relaciones:

$\overleftrightarrow{AS} = \overleftrightarrow{SR}$, $\overleftrightarrow{AP}^2 = \overleftrightarrow{SR}^2 + \overleftrightarrow{SP}^2$ $\overleftrightarrow{AP}^2 = \overleftrightarrow{SR}\,\overleftrightarrow{AC} = \overleftrightarrow{SR}\,2r$

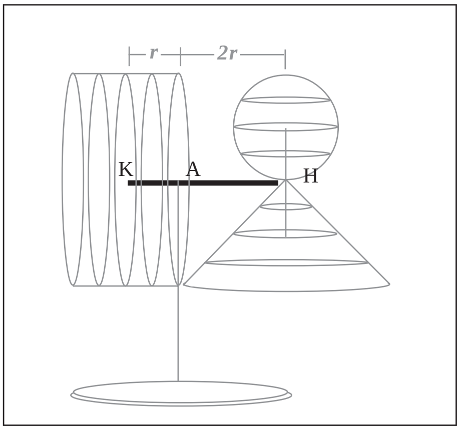
Se deduce entonces la relación $\overleftrightarrow{SR}^2 + \overleftrightarrow{SP}^2 = \overleftrightarrow{SR}\,\overleftrightarrow{AC}$ y de ésta se obtiene

$$\frac{\pi\overleftrightarrow{SR}^2 + \pi\overleftrightarrow{SP}^2}{\pi(2r)^2} = \frac{\overleftrightarrow{SR}}{2r} \qquad (*)$$

Girando la figura 360º alrededor de $\overleftrightarrow{HC}$, la circunferencia determina una esfera, el triángulo $\triangle AEF$ un cono y el rectángulo $\square LGFE$ un cilindro.

Supóngase ahora que las áreas y volúmenes tienen pesos iguales a sus medidas y trasládese al punto H las circunferencias de radio $\overleftrightarrow{SR}$ y $\overleftrightarrow{SP}$ las cuales, según la relación (*) equilibran a la circunferencia de radio $\overleftrightarrow{SN}$, colocada en S, en la palanca $\overleftrightarrow{HS}$ con centro de equilibrio en A. Si S recorre $\overleftrightarrow{AC}$, entonces (*) produce la relación:

$$\frac{\textit{esfera} + \textit{cono}}{\textit{cilindro}} = \frac{\overleftrightarrow{AK}}{\overleftrightarrow{AH}} = \frac{1}{2}$$



Como el volumen del cilindro es tres veces el del cono y además

$$cono(DAK)=\frac{1}{8}cono(FAC)$$

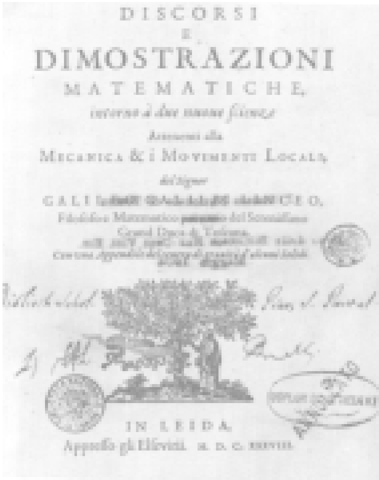
Se obtiene esfera = 4 *cono (BAD)* es decir, esfera $=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Como se observa, los argumentos arquimedianos aunque no son rigurosos desde el punto de vista de la geometría euclideana son convincentes, muy sencillos, constituyen una teoría elemental y ofrecen una forma bastante fácil para calcular algunas áreas y volúmenes lo cual representa un gran aporte a la metodología de la enseñanza de la geometría.

EL MÉTODO DE CAVALIERI

La teoría arquimediana fue retomada 19 siglos después por Bonaventura Cavalieri (1578-1647) quien la modificó eliminando el contenido físico de la propuesta dada en *El método*. En el libro *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, escrito por Galileo en forma de diálogo entre tres personajes: Salviati, un estudioso científicamente preparado, Sagredo, un laico inteligente, y Simplicio, un aristotélico obtuso, se introdujeron los términos infinitamente pequeño e infinitésimo de orden mayor los cuales aparecen en un diálogo entre Salviati y Simplicio [Galilei, 1970].

Johann Kepler (1571-1630) empleó los infinitesimales para calcular áreas y volúmenes; para tal efecto, imaginó que una figura geométrica dada, se podía descomponer en figuras infinitesimales de tamaño y forma conveniente, de tal manera que no era difícil hallarles el área o el volumen; a continuación, calculaba la suma de todas estas áreas o volúmenes, obteniendo finalmente el área o el volumen de toda la figura.


DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuove scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii.

Discorsi e demostrazioni matematiche intorno a due nuone scienze

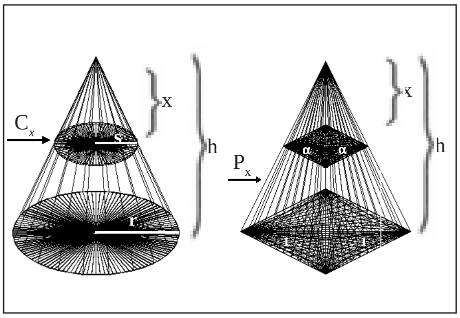
En 1635 Cavalieri publicó su obra *Geometría por medio de los indivisibles de los continuos desarrollada de un modo nuevo* y 12 años después escribió *Seis ejercicios geométricos*. Estos libros, no sólo fueron importantes porque a través de ellos popularizó el uso sistemático de técnicas infinitesimales para cálculos de áreas y volúmenes, sino especialmente porque en ellos se presenta nuevamente la posición atomista en la geometría.

Para él, una figura geométrica estaba constituida por infinitos indivisibles, de tal forma que el área estaba integrada por infinitas líneas paralelas equidistantes y el volumen por infinitas secciones de planos paralelos y equidistantes.

El método seguido por Cavalieri para calcular áreas o volúmenes era el siguiente: establecía una correspondencia uno a uno entre los elementos indivisibles de una figura geométrica y otra de la cual se conocía el área o el volumen; si la razón entre los elementos indivisibles y su imagen siempre es constante, concluía que las áreas o volúmenes de las dos figuras también lo son. Este método es conocido como el teorema de Cavalieri y su enunciado formal es el siguiente:

Si dos sólidos tienen igual altura, y si las secciones hechas por planos paralelos a las bases y a distancias iguales desde ellas, tienen siempre una razón dada, entonces, los volúmenes de los sólidos están también a esta razón.

A manera de ejemplo, veamos cómo calculaba Cavalieri el volumen del cono circular de radio r y altura h, comparándolo con una pirámide cuadrada P de altura h, cuya base es un cuadrado de lado 1.



Se sabe que el volumen de una pirámide de base cuadrada de lado 1 y altura h es V(P)= $\frac{h}{3}$. Si C_x es la sección hecha por un plano paralelo a la base del cono a una distancia x del vértice y P_x es la sección hecha por un plano paralelo a la base de la pirámide a una distancia x del vértice, entonces, el área de C_x es $A(C_x)= \pi s^2$ siendo s el radio de la respectiva sección. De la misma forma, se tiene que $A(P_x)= \alpha^2$ donde α es el lado de la sección paralela a la base de la pirámide. Por semejanza de triángulos se tiene en el cono que $\frac{x}{s}=\frac{h}{r}$ y en la pirámide $\frac{x}{\alpha\sqrt{2}}=\frac{h}{\sqrt{2}}$, luego $s=\frac{xr}{h}$ y $\alpha=\frac{x}{h}$ por lo tanto

$$A(C_x)=\pi\left(\frac{xr}{h}\right)^2 = \text{ y } A(P_x)=\left(\frac{x}{h}\right)^2.$$

Luego $\frac{A(C_x)}{A(P_x)}=\pi r^2$.

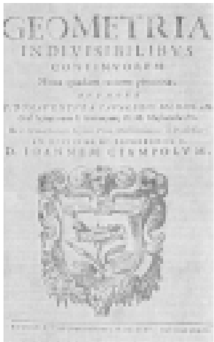
Aplicando el teorema de Cavalieri se tiene:

$$\frac{V(C)}{V(P)}=\pi r^2$$

Por lo tanto:

$$V(C)=V(P)\pi r^2=\frac{h}{3}\pi r^2=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Bonaventura Cavalieri (1578-1647)



Geometria Indivisibilibvs Continvorvm

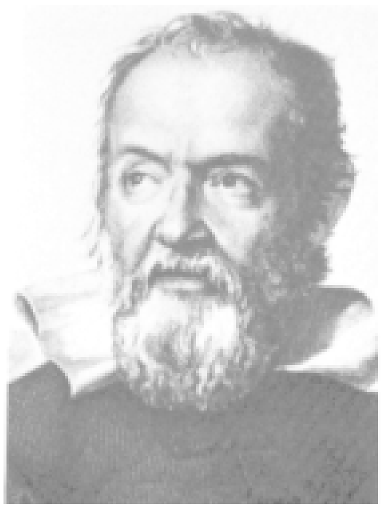
Cavalieri también calculó el área bajo la curva $y=x^n$ entre x=0 y x=b, y demostró que su valor es $\frac{b^{n+1}}{n+1}$; este mismo problema fue resuelto en forma independiente y con procedimientos distintos por Gilles Personne de Roberval (1602-1675), Pierre de Fermat (1601-1665), e Isaac Newton (1642-1727); aunque para n=2 Arquímedes ya lo había resuelto, y para n=3 Aryabhata en la India lo solucionó alrededor del año 500.

La aparición en 1620 de la obra *Geometría por medio de los indivisibles*, escrita por Bonaventura Cavalieri, hizo renacer la disputa sobre la manera de entender la división de los medios continuos en partes cada vez más pequeñas. La situación era compleja pues en ella se mezclaban íntimamente temas físicos y matemáticos con consideraciones teológicas. En este contexto, los trabajos de Cavalieri constituyen un punto de referencia particularmente significativo, puesto que su concepción del continuo fue combatida por la mayoría de los sabios jesuitas, ya que el atomismo era un punto sensible en el universo intelectual de los teólogos de la época [Festa, 1995].

Los padres revisores, quienes entre otras funciones tenían la de dar dispensa sobre lo que se debía enseñar en las escuelas de la Compañía de Jesús, emitieron una "censura" contra el atomismo el 10 de agosto de 1632; en ella se recordaba la prohibición de utilizar la noción de átomo indivisible, tanto en física como en matemáticas. Esta censura fue seguida por otras tres, la última que se conoce se promulgó en 1649 [Festa, 1995].

El argumento más fuerte que se empleaba contra el atomismo, se centraba en que era contrario al dogma de la transubstanciación, el cual afirma la conversión del pan y del vino en el cuerpo y la sangre de Cristo en el momento de la consagración durante la Eucaristía, conservando las cualidades sensibles del pan y del vino y todo ello en virtud de un milagro. Según la concepción atomista de Galileo las cualidades sensibles no existen en las sustancias sino que aparecen cuando dichas sustancias, que son átomos en movimiento, interactúan con un medio sensible, por lo tanto no es posible conservar por ningún tipo de milagro las cualidades sensibles de una sustancia transformada en otra; de ahí que la enseñanza del atomismo en cualquiera de sus formas fuese considerada como una herejía.

Cavalieri era un sacerdote boloñés, de la orden de los Gesuatos de san Jerónimo, una comunidad monástica disuelta en 1668; tres años después de la publicación de *Geometría por medio de los indivisibles de los continuos desarrollada de un modo nuevo*, Galileo publicó en 1638 *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, en donde da su punto de vista sobre algunos de los problemas ligados a la concepción de infinito en matemáticas, y al referirse a Cavalieri lo llama "nuevo Arquímedes". Según los especialistas en el tema, los trabajos de Cavalieri no sólo ejercieron gran influencia sobre Galileo, sino que tuvieron mucho que ver con la decisión de publicar *Diálogo relativo a dos nuevas ciencias*, obra que lo llevó al Santo Oficio y le costó la condena a prisión por el resto de su vida.



Galileo Galilei (1564-1642)

En 1649, los padres revisores prohibieron que en las escuelas de la Compañía de Jesús se enseñara la *geometría por medio de los indivisibles*, es así como el padre jesuita Sforza-Pallavicino, fue sancionado por haber enseñado que "la cantidad se compone de simples puntos"; acusado de ser un "adepto de Zenón", tuvo que retractarse por orden del padre general Vincenzo Caraffa.

Para que no quedara duda de su arrepentimiento, posteriormente escribió una obra en la que refiriéndose al carácter destructor que la doctrina de los átomos había ejercido en un número considerable de discípulos, manifiesta:

> "Hace vacilar en las enseñanzas de la Iglesia sobre los Misterios de la Eucaristía"[Festa, 1995].

Uno de los más destacados matemáticos jesuitas del momento, el padre Paul Guldin, escribió una obra en cuatro volúmenes titulada *El centro de gravedad*, en la cual critica acerbamente el método de los indivisibles. La lucha contra la geometría por medio de los indivisibles fue sin duda un hecho lamentable para el desarrollo de la matemática, ya que este nuevo método posteriormente sería la base de muchas de las más importantes aplicaciones de la integración y particularmente en la cuadratura de áreas de regiones delimitadas por curvas.

Si bien es cierto, el papel que desempeñaron los padres revisores fue anticientífico, 350 años después, la Iglesia por intermedio del Papa Juan Pablo II, no sólo reconoció la gravedad del error cometido, sino que también presentó excusas por estas equivocaciones citando concretamente el caso de Galileo y otros.

LITERATURA CITADA

CASTRO I., *Temas de teoría de anillos, teoría de cuerpos y números algebraicos*, t. III, 1994. Departamento de Matemáticas y Estadística Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

DEL GRANDE J. 1993. "*The method of Archimedes*". *The mathematics teacher*, vol 86, March.

DYNNIK M.A. 1968. *Historia de la filosofía*, t. I, Grijalbo, S.A., México.

FESTA E. 1995. *La disputa del atomismo: Galileo, Cavalieri y los jesuitas*. Mundo Científico, vol. X, nº 107, Barcelona.

GALILEI, G. 1970. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Editora Nacional. Madrid.

HEATH, T. 1981. *A, History of Greek Mathematics*, vol. I. Dover Publications, Inc. New York.

MARX C. y ENGELS F. 1955. *La ideología alemana*. Obras completas, t. III, Mir, Moscú.

PÉREZ, J.H. 1981. "La historia al servicio de la pedagogía". *Matemática enseñanza universitaria*, nº 18, Bogotá, marzo.

PÉREZ, J.H. 1983. "El método de Arquímedes". *Boletín de matemáticas*, vol. XVII, nº 1-2-3, Bogotá.

VARDI I. 1998. "Arquímedes ante lo innumerable", *Investigación y Ciencia*. Temas 23. Barcelona.

VERA F. 1970. *Científicos griegos*. Aguilar. Madrid. 1970.

Recibido: 19-08-2003
Aceptado: 18-03-2004