



---

## DE LA ECUACIÓN MACROECONÓMICA FUNDAMENTAL A UN MODELO INTERTEMPORAL EN ECONOMÍA MATEMÁTICA

Juan Carlos Quintero-Duque, Antonio Merchán-Abril

*Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias. Pontificia Universidad Javeriana,  
Carrera 7ª No. 43-82, Bogotá, D.C.*

*juan.quintero@javeriana.edu.co amerchan@javeriana.edu.co*

### RESUMEN

La relación entre la cuenta corriente y los déficit presupuestarios en economías abiertas ha sido durante mucho tiempo un asunto central de la macroeconomía. El acercamiento tradicional mediante la identidad macroeconómica fundamental, en la determinación de la cuenta corriente ha estado sujeto a la crítica por la ausencia de consideraciones intertemporales que son centrales en la determinación de la balanza comercial y de la cuenta corriente. El reconocimiento de estos aspectos dinámicos ha conducido a una amplia literatura en el acercamiento intertemporal a la cuenta corriente. A través de un modelo intertemporal que relaciona la cuenta corriente y los déficit presupuestarios del gobierno que es determinado por la solución de los problemas de suavizamiento del consumo y del impuesto, pretendemos mostrar un desarrollo matemático que nos conduce a la ecuación que representa el modelo y que relaciona la cuenta corriente con el déficit público.

Palabras clave: cuenta corriente, déficit, suavizamiento del consumo, suavizamiento del impuesto.

### ABSTRACT:

The relation between current accounts and budgetary deficit in open economies has been a central subject of macroeconomics for a long time. The traditional approach of fundamental macroeconomic identity, used for the determination of the current account, has been subject to criticism because of absence of intertemporal considerations that are central when determining the trade balance and the current account. The recognition of these dynamic aspects has lead to an ample supply of literature on the intertemporal approach to the current account. Through such a model relating the current account to governmental budgetary deficit, which is determined by the solution of consumption and taxes smoothing problems, we try to show a mathematical development that leads us to the equation that represents the model and that relates current accounts to public deficit.

Key words: current accounts, deficit, smoothing of consumption, smoothing of taxes.

### INTRODUCCIÓN

La relación entre la cuenta corriente de la balanza de pagos y los agregados de cuentas nacionales puede establecerse

sin dificultad. Para el efecto puede partirse de la ecuación de usos del producto:

$$\text{PIB} = C + I + G + X - M$$

Donde  $X - M$  comprende las transacciones de bienes y servicios, pero no incluye los ingresos netos de factores productivos del exterior,  $Y_x$ , que sí forman parte de la balanza de la cuenta corriente. Si dichos ingresos se agregan a ambos lados de la ecuación anterior se tiene:

$$\text{PIB} + Y_x = C + I + G + X - M + Y_x$$

$$\text{PNB} = C + I + G + (\text{BC} + \text{BS})$$

$$\text{PNB} = A + \text{BBSR}$$

Por consiguiente el producto nacional bruto (PNB) que corresponde al PIB adicionado con los ingresos netos de factores del resto del mundo, es equivalente a los componentes del gasto interno  $A$  (consumo, inversión y gasto público) más la suma de la balanza comercial (BC) y de servicios (BS) de la balanza de pagos. BBSR es la balanza de bienes servicios y renta. Si agregamos las transferencias netas del exterior se obtiene el ingreso nacional disponible (YND) como la suma de  $A$  más BBSR y las transferencias que agregadas dan el saldo de la balanza en cuenta corriente  $CC$ , es decir:

$$CC = \text{YND} - (C + I + G)$$

En consecuencia el balance en cuenta corriente equivale a la diferencia entre el ingreso disponible y el gasto interno total. Puesto que el balance en cuenta corriente es la diferencia entre los recursos reales cedidos y obtenidos del resto del mundo es por definición idéntico a menos el ahorro externo utilizado por la economía,

$$CC = -S_x$$

Por consiguiente, la expresión que iguala la inversión interna con sus fuentes de financiamiento, que son el ahorro interno y el externo puede también escribirse como

$$I = S - CC$$

O también

$$CC = S - I$$

de donde se deduce que el balance en cuenta corriente es igual a la diferencia entre el ahorro y la inversión internos.

Existen varios estudios que examinan los efectos de un incremento en el consumo del gobierno (esto generalmente asociado con el déficit presupuestal del gobierno ajustado cíclicamente) sobre la cuenta corriente. Estos estudios examinan la relación entre la cuenta corriente de la balanza de pagos y los déficit presupuestales del gobierno, ambos medidos como porcentaje del PIB.

El ahorro y la inversión internos se descomponen en público ( $S_g, I_g$ ) y privado ( $S_p, I_p$ ),

$$CC \equiv S - I \equiv S_p - I_p + S_g - I_g \equiv -g + S_p - I_p$$

esta identidad implica que cualquier desequilibrio en un sector debe ser compensado por los demás. Así, un desahorro público debe ser compensado por un mayor ahorro interno neto privado y/o por un ahorro externo.

## DESARROLLO DEL MODELO

A continuación presentaremos el desarrollo teórico del modelo:

Imponiendo la condición de transversalidad (solvencia) que asegura que el país tiene los recursos para mantener su deuda y no los está pidiendo prestado por siempre para pagar el interés sobre la deuda, conseguimos la restricción presupuestaria de la economía donde el valor descontado de su consumo futuro es menor o igual a su riqueza productiva menos la deuda externa inicial:

$$\sum_{j=0}^{\infty} C_{t+j} (1+r)^j \leq \sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t+j} - I_{t+j} - G_{t+j}) (1+r)^j - (1+r)B_{t-j} \quad (1)$$

donde  $C_{t+j}$  es el consumo en el tiempo  $t+j$

$Y_{t+j}$  es el producto o el ingreso en el tiempo  $t+j$

$G_{t+j}$  es el gasto en el tiempo  $t+j$

$B_{t-1}$  es la deuda externa inicial

$I_{t+j}$  es la inversión en el tiempo  $t+j$

$r$  es la tasa de descuento.

Nos centraremos en el papel de las variables fiscales. Imponiendo una condición similar de solvencia ante la restricción presupuestaria del sector público decimos que el valor descontado del gasto público en bienes y servicios debe ser menor o igual al valor presente de los impuestos menos el stock inicial de la deuda pública:

$$\sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j \leq \sum_{j=0}^{\infty} T_{t+j} (1+r)^j - (1+r)B_{t-1}^g \quad (2)$$

donde  $T_{t+j}$  son los impuestos en el tiempo  $t+j$

$B_{t-1}^g$  es el stock inicial de la deuda externa pública.

En esta economía el planificador social tiene que solucionar dos problemas de maximización:

Maximizar una función intertemporal de la riqueza social en el nivel de consumo sujeta a la restricción total del presupuesto de la economía (problema del suavizamiento del consumo).

Elegir una trayectoria óptima de impuestos y de la deuda pública tales que los efectos distorsionantes de los impuestos sean mínimos (problema de suavizamiento del impuesto).

El problema de suavizamiento del consumo está representado por

$$Max_{C_{t+j}} Z = E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} U(c_{t+j}) \right] \quad (3)$$

sujeto a

$$\sum_{j=0}^{\infty} C_{t+j} (1+r)^j \leq \sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t+j} - I_{t+j} - G_{t+j}) (1+r)^j - (1+r)B_{t-1} \quad (4)$$

$$Y_t = F(K_t) \quad (5)$$

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t \quad (6)$$

donde  $Z$  es una función de utilidad separable que depende del nivel de consumo y  $E_t$  es el valor esperado en el tiempo  $t$ .

(5) representa la función de producción para el bien transable producido en el país (la fuente de trabajo se normaliza a uno); y (6) define la acumulación de capital neto como inversión menos la depreciación del capital.

El problema de suavizamiento del impuesto es dado por

$$Min_{\tau_{t+j}} Z = E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-j} K(\tau_{t+j}) Y_{t+j} \right] \quad (7)$$

$$\text{sujeto } \sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j \leq \sum_{j=0}^{\infty} T_{t+j} (1+r)^j - (1+r)B_{t-1}^g \quad (8)$$

donde la función  $K(\tau_{t+j})$  que representa los efectos distorsionantes de los impuestos se asume como una función convexa que depende de la tasa de impuestos. Las condiciones de primer orden para el primer problema son:

$$E_t (U'(C_{t+j})) = \lambda \quad (9)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} C_{t+j} (1+r)^j \leq \sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t+j} - I_{t+j} - G_{t+j}) (1+r)^j - (1+r)B_{t-1} \quad (10)$$

$$F'(K_t) = r + \delta \quad (11)$$

donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria de

la economía y (11) establece que en cada período la inversión resulta de igualar el producto marginal del capital con el costo mundial del capital ( $r + \delta$ ).

Las condiciones de primer orden para el segundo problema son:

$$E_t(K'(\tau_{t+j})) = \phi \quad (12)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j = \sum_{j=0}^{\infty} (T_{t+j} (1+r)^j - (1+r)B_{t-j}^g) \quad (13)$$

donde  $\phi$  es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria del sector público.

Las condiciones de primer orden (9) (12) son las condiciones clásicas de la martingala para el consumo y la tasa de impuestos en estos problemas de suavizamiento (véase a Hall (1978) y a Barro (1979, 1986)). Para obtener soluciones explícitas para nuestro modelo asumimos las formas funcionales particulares para  $U(C_{t+j})$  y  $K(\tau_{t+j})$ . Asumimos que  $U$  es una función logarítmica del consumo y  $K$  es una función cuadrática de la tasa de impuestos:

$$U(C_{t+j}) = \log(C_{t+j}) \quad (14)$$

$$K(\tau_{t+j}) = \left[ \tau_{t+j} - \frac{a}{2} \tau_{t+j}^2 \right] \quad (15)$$

asumiendo (14) es fácil mostrar que

$$C_{t+j} = \frac{r}{1+r} W_t \quad (16)$$

donde esta  $W_t$  es la riqueza nacional que es:

$$W_t = \sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t+j} - I_{t+j} - G_{t+j})(1+r)^j - (1+r)B_{t-j} \quad (17)$$

las implicaciones de este modelo son claras:

La trayectoria del consumo está determinada por el principio de suavizamiento se-

gún el cual la deuda externa y los préstamos deben ser utilizados para suavizar la utilidad marginal del consumo en un cierto plazo.

La condición (10) implica que el sector privado internaliza la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno al elegir su trayectoria de consumo. En este sentido la equivalencia Ricardiana sostiene: la trayectoria óptima del consumo depende del valor actual de los gastos del gobierno pero no de la trayectoria de los impuestos y de la deuda del gobierno.

La implicación normativa principal del modelo es que un país debe financiar choques transitorios con los déficit por cuenta corriente (deuda externa) y ajustar a los choques permanentes.

Para destacar las implicaciones para la cuenta corriente de esta distinción entre los choques transitorios y permanentes, es conveniente definir los valores permanentes del producto ( $Y$ ) y de los gastos de gobierno ( $G$ ):

$$\sum_{j=0}^{\infty} Y_{t+j} (1+r)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{Y} (1+r)^j = \bar{Y} \frac{1+r}{r} \quad (18)$$

y

$$\sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{G} (1+r)^j = \bar{G} \frac{1+r}{r} \quad (19)$$

sustituyendo (18) y (19) en (17) y dada la regla de inversión óptima (11), cambios presentes y futuros en la inversión no cambian el valor presente de  $W_t$ , podemos escribir  $W_t$  en términos de los valores permanentes del producto y el gasto como:

$$W_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left[ Y_{t+j} \left[ \bar{K}_t \right] - G_{t+j} \right] (1+r)^j - (1+r)B_{t-j} \quad (20)$$

$$W_t = \left[ \bar{Y} - \bar{G} \right] \frac{1+r}{r} - (1+r)B_{t-j} \quad (21)$$

De acuerdo a lo expresado al comienzo de este capítulo, la cuenta corriente es:

$$CC_t = Y_t - C_t - G_t - I_t - rB_{t-1} \quad (22)$$

la cual se puede reescribir como:

$$CC_t = \left( Y_t - \bar{Y} \right) + \left( \bar{Y} - \bar{G}_t - C \right) - \left( G_t - \bar{G} \right) - \left( I_t - rB_{t-1} \right) \quad (23)$$

Sustituyendo la riqueza en términos permanentes (21), en la expresión del consumo (16) y éste en la expresión anterior (23) se obtiene:

$$CC_t = \left( Y_t - \bar{Y} \right) - \left( G_t - \bar{G} \right) - I_t \quad (24)$$

que es la ecuación básica del acercamiento intertemporal a la cuenta corriente.

Según esta ecuación, si el producto cae temporalmente debajo de su nivel permanente es óptimo pedir prestado al exterior para mantener una trayectoria suave del consumo; los choques negativos (positivos) temporales al producto por lo tanto causarán los déficit por cuenta corriente (excesos). Inversamente, los cambios permanentes en el nivel del producto no tendrán ningún efecto en la cuenta corriente.

Dado el producto y la trayectoria óptima del consumo, los aumentos transitorios en gastos públicos causarán un deterioro de la cuenta corriente. Inversamente los cambios permanentes en gastos del gobierno conducirán correspondientemente y equivalentemente a reducciones en el consumo (debido a la neutralidad de la deuda) sin efectos sobre la cuenta corriente. En otros términos, la implicación de la equivalencia Ricardiana para la cuenta corriente es que la cuenta corriente será invariante a la trayectoria de impuestos, dada la trayectoria del gasto de gobierno.

La ecuación (24) muestra un enlace entre la cuenta corriente y los componentes tem-

porales del gasto público y del producto pero no una relación entre la cuenta corriente y el déficit presupuestario. Para conseguir tal relación tenemos que considerar el problema del suavizamiento del impuesto. Dado (15) las condiciones de primer orden del óptimo arrojan

$$(1 - a\tau_{t+j})(1+r)^{-(t+j)} = 0 \quad (25)$$

$$(1 - a\tau_{t+j+1})(1+r)^{-(t+j+1)} = 0 \quad (26)$$

de donde  $\tau_{t+1} = \tau_t = \frac{I}{a}$

es decir el impuesto óptimo debe ser constante. Con incertidumbre:

$$E_t(\tau_{t+j}) = \tau_t \text{ para } j = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (27)$$

en otras palabras la tasa de impuesto deberá seguir un camino aleatorio sin derive.

Tomaremos ahora la restricción presupuestaria del gobierno (6) donde los impuestos totales son iguales a la tasa de impuesto aplicada al producto actual ( $T_t = \tau_t Y_t$ ):

$$E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \tau_{t+j} Y_{t+j} (1+r)^j - \sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j + (1+r)B_{t-j} \right] \quad (28)$$

de (27) el mejor pronóstico de la tasa de impuesto futuro es igual a la tasa de impuesto corriente; entonces tenemos:

$$\tau_t E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} Y_{t+j} (1+r)^j - \sum_{j=0}^{\infty} G_{t+j} (1+r)^j + (1+r)B_{t-j} \right] \quad (29)$$

podemos después utilizar nuestras definiciones de producto permanente y del gasto permanente en (18) y (19) y substituirlos en (29) para obtener:

$$\tau_t \frac{1+r}{r} \bar{Y} = \frac{1+r}{r} \bar{G} + (1+r)B_{t-1}^g \quad (30)$$

que implica:

$$\tau_t = \frac{\bar{G} + rB_{t-1}^g}{\bar{Y}} \quad (31)$$

en otros términos, el suavizamiento de impuestos implicará que la tasa impositiva óptima es constante e igual al valor permanente de gastos más los pagos de interés en la deuda dividida por el valor permanente del producto.

Entonces, dada la restricción presupuestaria del gobierno, el déficit público es igual al cambio del stock de la deuda pública, esto es:

$$DEF_t = G_t + rB_{t-1}^g - T_t \quad (32)$$

Obtenemos:

$$DEF_t = \left[ G_t - \bar{G} \right] + \left[ \frac{G_t + rB_{t-1}^g}{\bar{Y}} \right] (\bar{Y} - Y_t) \quad (33)$$

Podemos finalmente combinar la solución del equilibrio para la cuenta corriente (ecuación (24)) con la solución para el déficit presupuestario (ecuación (33)) para obtener la relación siguiente:

$$CC_t = DEF_t + \left[ Y_t - \bar{Y} \right] \left[ I - \frac{\bar{G}_t + rB_{t-1}^g}{\bar{Y}} \right] - I_t \quad (34)$$

o

$$CC_t = DEF_t + \left[ Y_t - \bar{Y} \right] (I + \tau_t) - I_t \quad (35)$$

la ecuación (35) es la ecuación crucial del modelo e implica que, si el suavizamiento del impuesto y el suavizamiento del consumo se mantienen, hay una relación simple de uno a uno entre la cuenta corriente, el déficit presupuestario y la inversión.

## CONCLUSIONES

Un déficit presupuestario conducirá a un correspondiente empeoramiento equiva-

lente de la cuenta corriente porque el mismo disturbio temporal del gasto que conduce a un déficit presupuestario en (33) empeorará la cuenta corriente dada en (24).

Los choques temporales positivos (negativos) al producto conducirán a un superávit (déficit) de la cuenta corriente. En efecto, según (33) un choque temporal del producto, mejora el balance presupuestal por una fracción del choque ( $\tau_t$ ) mientras que mejora la cuenta corriente por la cantidad completa del choque. En neto la cuenta corriente mejorará por una parte  $(1-\tau_t)$  del choque al producto, para cualquier nivel dado del déficit fiscal.

En el caso particular en el cual el producto sigue un camino aleatorio, obtenemos de la definición del producto permanente (ecuación (18)) que el producto permanente será igual al producto actual ( $Y=Y_t$ ). La ecuación (35) simplifica en alto grado el problema de probar empíricamente la teoría intertemporal de la cuenta corriente. En la formulación tradicional (ecuación (24)) la cuenta corriente se expresa en función de componentes temporales contra componentes permanentes del gasto del gobierno dejando abierta la aplicación econométrica compleja de distinguir entre estos componentes temporales y permanentes; en particular, las pruebas sistemáticas del modelo intertemporal de la cuenta corriente han sido muy preliminares porque son obstaculizadas por la necesidad para distinguir correctamente entre componentes transitorios y permanentes del gasto. Aquí, la consideración común de los dos problemas de suavizamiento permite derivar una relación entre la cuenta corriente y los déficit presupuestarios que se pueden probar sin necesidad de una distinción entre los componentes permanentes y temporales del gasto (sin embargo, sigue habiendo el problema de distinguir entre los componentes permanentes y transitorios del producto en este acercamiento); esto porque los choques

temporales subyacentes, e inadvertidos a los gastos conducen a un déficit presupuestario observable que también conducirá a un desequilibrio de la cuenta corriente. Las pruebas econométricas de la ecuación (35) entonces serán pruebas comunes del modelo intertemporal de la cuenta corriente y del acercamiento del equilibrio a la política fiscal. El rechazo de la ecuación (35) puede ser causada por la falla de cualquiera de las dos hipótesis.

La ecuación (35) También implica que cualquier cambio en la inversión será financiado completamente con un déficit por cuenta corriente. Como en el caso del déficit presupuestario, la tasa de inversión tiene un efecto negativo de uno a uno en la cuenta corriente, es decir, los choques de la inversión se financian con entrada de capitales.

La ecuación (35) es importante porque destaca los defectos potenciales de los estudios empíricos del grado de movilidad capital internacional que realizaron Feldstein y Horioka (1980) y Feldstèin (1983). En todos estos estudios, el papel independiente de los déficit presupuestarios se ha desatendido y las ecuaciones de las regresiones han estimado solamente la relación entre la cuenta corriente (como porcentaje del PIB) y la tasa de inversión (como porcentaje del PIB). Estos estudios han encontrado sistemáticamente una carencia de la correlación entre la cuenta corriente y el cociente de la inversión para varios países en un número de períodos.

La ecuación (35), sin embargo, sugiere que la especificación tradicional de la ecuación estimada está mal especificada porque no controla el papel independiente de los déficit presupuestarios (además de la tasa de inversión) en la determinación de la cuenta corriente. En efecto, la ecuación (35) sugiere que la hipótesis de la movilidad de capital internacional pueda ser probada estimando los coeficientes de la tasa de in-

versión y del déficit presupuestario en una ecuación de la cuenta corriente.

#### LITERATURA CITADA

- ANDERSEN P.S. 1990. Developments in External and Internal Balances. BIS Economics Papers. No. 29
- ARGANDOÑA, A.-GAMEZ, C. - MOCHON, F. 1996. Macroeconomía avanzada I. Ed. McGraw-Hill.
- BARRO, ROBERT. 1989. The Ricardian Approach to Budget Deficits, Harvard University Press, 1990.
- BARRO, R. Y XAVIER SALA - I. MARTIN. 1995. Economic Growth, McGraw-Hill.
- BLANCHARD, O y FISCHER S. 1989. Lectures on Macroeconomics, MIT Press.
- FELDSTEIN, M. and BACCHETTA, P. 1989. National Saving and International Investment. NBER Working Paper, No. 3164.
- FELDSTEIN, M. and HARIOKA, C. 1980. Domestic Saving and International Capital Flows. Economic Journal, 34-29.
- HERRERA, S. 1996. Determinantes de la cuenta corriente en Colombia. Ensayos sobre Política Económica. Ed. Banco de la República No. 30
- LORA, EDUARDO. 1999. Técnicas de medición económica: metodología y aplicaciones en Colombia, Tercer Mundo. Fedesarrollo.
- OBSTFELD, M y ROGOFF, K. 1995. The Intertemporal Approach to the Balance of Payments, Handbook of International Economics, vol. III, ed. G. Grossman y K. Rogoff.
- ROMER, DAVID. 1996. Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill.

ROUBINI, N. (1988): Current Account and Budget Deficit in an Intertemporal Model of consumption and Taxation Smoothing: A Solution to the Feeldstein-Horioka Puzzle. NBER Working Paper, No. 2773.

SACHS, J. 1981. The Current account and Macroeconimc Adjustment in 1970s.

Brookings Papers on Economic Activity, 201-267.

STEIN, J. and ALLEN R. 1995. Fundamental determinants of Exchange Rates. Clarendon Press Oxford.

**Recibido: 11-06-2004**  
**Aceptado: 22-06-2004**