Universitas Philosophica, Bogotá (Colombia) - Nº 8, Junio de 1987

Wittgenstein: sobre la naturaleza de las proposiciones matemáticas

Luis E. Suárez F. *

RESUMEN

La presente nota pretende explorar un aspecto concreto de la filosofía de Wittgenstein: el de la naturaleza de las proposiciones matemáticas. Lo hace rebatiendo las posturas tradicionales de la Filosofía de la matemática (convencionalismo, formalismo, intuicionismo, etc.) y mostrando la original postura de Wittgenstein, a la vez crítica y síntesis de las doctrinas anteriores, postura que, por cierto, no habrá de variar en el camino que media entre el Tractatus y sus obras posteriores, especialmente ***Remarques sur les fondements des mathématiques.***

(*) Universidad Javeriana.

El objetivo de esta nota es discutir un tópico que puede ser de algún interés para los matemáticos y los filósofos. Se trata de la explicación de Wittgenstein sobre la naturaleza de las proposiciones matemáticas.

Dos temas serán recurrentes en mi argumento. Primero: defenderé la tesis de que, a propósito de la naturaleza de las proposiciones matemáticas, hay una fuerte continuidad en la posición de Wittgenstein desde el *Tractatus* hasta su más tardía filosofía de la matemática (1). Esta continuidad se establece a través de la doctrina wittgensteniana del 'mostrar'. Segundo: puesto que la naturaleza de la proposición matemática está ligada a los usos que se hacen de ella, el análisis propio de una proposición matemática resulta tener mucho que ver con los usos ordinarios del lenguaje descriptivo (2).

En la ya muy extensa literatura sobre la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein podemos encontrar un gran número de caracterizaciones equivocadas. Para mencionar sólo algunas, podemos referirnos a M. Dummett (3), quien cree podernos convencer de que Wittgenstein es un convencionalista y que el convencionalismo de Wittgenstein es falso, pues no puede explicar la regularidad de las pruebas matemáticas ni la justificación no estipulativa de las proposiciones matemáticas. Ch. Chihara (4) modifica la interpretación de Dummett y defiende la tesis de que W. no es un convencionalista simple, sino complejo. Finalmente, D. S. Shwayder (5) sugiere que pretender que Wittgenstein fue un convencionalista de cualquier clase es erróneo. Para Shwayder, si Wittgenstein fue algo en absoluto, fue más un platónico —un conceptualista trans-platónico— o, en una jerga más inteligible, un intuicionista.

1. En el *Tractatus*, Wittgenstein dió una explicación completamente rigurosa de la naturaleza del lenguaje, explicación por la que se puede apreciar igualmente la lógica del lenguaje y la relación que parece mediar entre lenguaje, pensamiento y realidad. En el marco de esta obra, Wittgenstein sostuvo que había proporcionado el análisis fundamental, de una vez por todas, de toda aserción significativa posible y la forma lógica en que podría ser dicha. Y hasta los límites de la no-significante fueron trazados en el *Tractatus*. Algunas aserciones que no tienen sentido, que no dicen o pueden ser usadas para decir algo sobre la manera en que las cosas son, se muestran a sí mismas como teniendo alguna función. Su función es ordenar, clasificar las aserciones significativas. Las proposiciones lógicas y matemáticas caen dentro de esta clase de expresiones no-significativas pero útiles. Hay, finalmente, en el *Tractatus*, una tercera clase de expresiones, entre las que incluye las de la metafísica especulativa, las aserciones teísticas, las referentes a los valores, etc... que son absolutamente carentes de sentido.

2. Cfr. WITTGENSTEIN, Ludwig: *Remarques sur les fondements des mathématiques*, París, Gallimard, 1983. (Editées por G.E.M. Anscombe, Rush Rhess et G.H. von Wright. Traduit de l'allemand par Marie Anne Lescourret). En adelante se citará según la numeración de la traducción francesa y se hará referencia a esta obra mediante la sigla RFM.

3. DUMMET, Michael: "Frege and Wittgenstein", in *Perspectives on the Philosophie of Wittgenstein*, Massachussets, The MIT Press, 1983.

4. CHIHARA, Ch.: "Matematical discovery and concept formation", in *Philosophical Review*, (72), 1963, pp. 17-34.-

5. SCHWAYDER, D.S.: "Wittgenstein on Mathematics", in *Studies of the Philosophy of Wittgenstein*, N. York, Humanitie Press, 1969.

Además de ser engañosos estos rótulos, son caracterizaciones inadecuadas. Wittgenstein no fue ni convencionalista, ni intuicionista, ni formalista o logicista, ni platónico o naturalista. Hay algo completamente correcto en estas posiciones y sus análisis de la matemática, pero hay algo muy incorrecto en cada una y Wittgenstein fue lo suficientemente crítico con cada una de ellas.

La matemática, pensaba Wittgenstein, no es la descripción necesaria de objetos matemáticos, pues no estamos obligados a poblar el universo con constructos ontológicos que den cuenta de la proposición matemática. El platonismo matemático, por lo tanto, no es al menos necesario.

El convencionalista matemático parece claramente equivocarse al pensar que las reglas matemáticas puedan ahora construirse arbitrariamente. "7 + 5 = 12" no significa que "aquí y ahora 7 + 5 = 12" o que "en contextos generales 7 + 5 = 12". En cualquiera de las dos lecturas estamos analizando mal aquello que más interesa al matemático: la necesidad de las proposiciones matemáticas. La forma de la proposición matemática *se muestra* a sí misma como *necesaria* y este mostrarse es independiente de las variables contextuales. El argumento de Wittgenstein descansa en la apelación a lo que entendemos o debemos entender por una proposición matemática, y no sobre qué problemas matemáticos podrían resolverse si lo que nosotros significamos por medio de una proposición matemática fuera relevante para un contexto arbitrariamente elegido.

Los esfuerzos naturalistas (empiristas o psicologistas) también son incorrectos. Otra vez, Wittgenstein insistirá en el carácter de la necesidad matemática. No podemos reemplazar la necesidad matemática por la contingencia del pensamiento o la naturaleza, porque la proposición muestra su forma tautológica independientemente de mostrarse a sí misma como forma del pensamiento de alguien. Lo que puede pensarse puede decirse sensiblemente; por eso la forma del pensamiento sensible es completamente diferente de la forma de la proposición matemática. Para Wittgenstein, una proposición matemática no es sensible.

Las teorías tradicionales sobre la naturaleza de las matemáticas son también sólidamente atacadas por Wittgenstein, tanto en su obra primera como en la última. El formalismo está en lo correcto al insistir en la necesidad de la matemática, en el carácter no sensible de la proposición matemática, pero malinterpreta grandemente el papel de las proposiciones y conceptos matemáticos. Falla en la apreciación de por qué las matemáticas no pueden decir algo (sensible) porque no acierta a ver que la función de las proposiciones matemáticas es mostrar la relación de las matemáticas con los usos ordinarios, sensibles *del lenguaje*.

El intuicionismo es correcto al acentuar la inmediatez de la comprensión de un concepto o proposición matemática, pero se equivoca completamente al sostener que haya un objeto, aunque sea inventado, al que se refiere la proposición matemática. Es decir, el intuicionista se equivoca al pensar que la proposición sea sobre algo. Las proposiciones matemáticas no tienen significación para Wittgenstein, no dicen nada, no son sobre algo; su análisis apropiado es otro.

El logicismo está igualmente equivocado. Russel, Frege y otros no pueden estar en lo cierto al fundamentar las matemáticas en la lógica. Se equivocan al pretender que las proposiciones matemáticas sean sobre entidades abstractas y en que sean sobre todos o algunos objetos o relaciones generales. Como el formalista, el logicista interpreta mal la función de las proposiciones y conceptos matemáticos. Wittgenstein da una nueva visión de las matemáticas. Las proposiciones matemáticas no son sobre *algo*; no tienen contenido descriptivo alguno. La razón de esto debe encontrarse en las doctrinas del *Tractatus* sobre el 'mostrar' y el 'decir'. Lo que es sensible y puede ser figurado, lo que tiene contenido descriptivo puede ser pensado y *dicho* en el lenguaje. Lo que no es sensible, lo que no tiene contenido descriptivo, no puede decirse pero puede *mostrar* algunos rasgos formales. Esto es, precisamente, lo que sucede con las proposiciones matemáticas y lógicas; ellas muestran ciertos rasgos formales (por ejemplo, su carácter necesario y su función para colocar y ordenar lo decible y sensible). Cualquier tesis que opte porque la proposición matemática sea sobre algo (entidades abstractas, abstracciones creadas, fenómenos naturales) está totalmente equivocada. No podemos decir lo que se muestra en el lenguaje. Lo que se muestra no puede decirse, pues no hay otro lenguaje, argüía Wittgenstein, en el que el decir pueda decirse (figurarse). Los rasgos formales que se muestran son los rasgos formales del único lenguaje posible (el veritativo-funcional); el *Tractatus* es responsable de los siguientes énfasis en la posición de Wittgenstein:

a. Las proposiciones matemáticas no son descriptivas, pues no son sensibles.
b. Las proposiciones matemáticas muestran su necesidad, son tautologías obvias.
c. Una proposición matemática funciona para explicitar o mostrar lo que es esencial en nuestras formas de pensamiento y lenguaje.
d. Contra Frege y Russell (logicistas), Wittgenstein arguye en el *Tractatus* que fallan en indicar qué relación pueda haber entre el lenguaje de las proposiciones matemáticas y los referentes que ellos piden, exigen o postulan. Ambos, Frege y Russell, pensaron que las proposiciones de la matemática son proposiciones generales sobre abstracciones o sobre lo que deberíamos tomar como verdadero. Por el contrario, Wittgenstein arguye que la relación entre proposiciones matemáticas y lo que ellas supuestamente describen no puede decirse; la relación no puede decirse pues nada se dice por medio de tautologías; ellas no son sobre algo, solo muestran su carácter tautológico.

Wittgenstein no alteró estos énfasis en sus escritos más tardíos, aunque es bien conocido que cambió su posición a propósito de muchos otros tópicos.

En sus RFM y en un manuscrito no publicado sobre la filosofía de las matemáticas, Wittgenstein abunda sobre la explicación arriba pergeñada. Las proposiciones matemáticas no pueden ser descriptivas. No son proposiciones sobre algo; son, sin embargo, a veces *prescriptivas.* Pueden, como Wittgenstein lo sugiere, ser consideradas como "normas", "reglas" para el uso del pensamiento (pensar) y el lenguaje (hablar) ordinario y sensible. Las proposiciones matemáticas no tienen un tema-objeto propio; como las leyes de la lógica, muestran lo que hacemos con el lenguaje, no expresando algo, sino gobernando, como reglas, el uso del lenguaje en una forma de vida. Hasta este punto, el convencionalista está en lo correcto; no hay distinción real entre la matemática pura y la aplicada. El convencionalista se equivoca cuando piensa que, puesto que las reglas se aplican en formas de vida o contextos diferentes, la necesidad de una proposición matemática depende de tal contexto. Dice Wittgenstein:

> "Me gustaría decir: la matemática es un mosaico (conjunto abigarrado) de técnicas (...) y sobre esto se basa su variada aplicabilidad e importancia" (6).
>
> "El *'debe'* matemático es otra expresión del hecho de que las matemáticas construyen conceptos. Y los conceptos sirven para concebir. Corresponden a una forma particular de tratar situaciones, las matemáticas constituyen una red de normas.
>
> Nótese la diferencia entre preguntar si hay una realidad que corresponda a $30 \times 30 = 900$, tomada sóla o aislada, y decirlo de ella como una proposición en un sistema. Tomada por sí misma (sóla) no sabríamos qué hacer con ella —es inútil—. Pero hay toda clase de usos de ella, como parte de un cálculo. Si tuviéramos un cálculo diferente, 30×30 no habrá tenido significado alguno.
>
> Las proposiciones matemáticas y lógicas son preparaciones para el uso del lenguaje casi como lo son las definiciones. Son todas ellas un trabajo de enlatar. Puede hacerse todo en un tablero. Sólo miramos los signos y nunca nos salimos del tablero" (7).

La correspondencia de las proposiciones matemáticas con la realidad es, como la correspondencia de la "negación" con la realidad, más que la correspondencia "llueve" con la realidad. Es como la correspondencia de una palabra y su uso. En matemáticas los signos no tienen significado, el significado les

---

6. WITTGENSTEIN, Ludwig: RFM, 46.

7. Ibidem, 341.

viene dado por el cálculo. A "0" y "300" les es dado un significado como "esto es una silla" da significado a "silla". Si quiero mostrar la realidad que corresponde a "30 × 30 = 900", lo hago mostrando las conexiones en que esta transformación ocurre. Las matemáticas y la lógica son parte del aparato del lenguaje, no de las aplicaciones de lenguaje. El cálculo prepara a "900" para el trabajo que va a desempeñar.

Cuando se pregunta "qué proposiciones son sobre números" casi todo mundo dice "las proposiciones matemáticas"; y en un sentido es estúpido discutirlo; excepto que esto conduce siempre a un embrollo.

Si alguien dice "¿qué proposiciones de Euclides son sobre triángulos?", yo no tengo objeción en decir que las proposiciones de la página 20 son sobre triángulos, las de la 40 sobre círculos, etc. No digo que esté mal decir que las proposiciones matemáticas son sobre números. Solo estoy indicando de qué modo y hacia dónde nos puede conducir (tal modo de hablar). Estoy señalando una fuente de confusión. "Ser-sobre" significa dos cosas enteramente diferentes y puede llevar a una confusión enorme.

Esto da un sentido totalmente diferente a cómo una realidad corresponde a las matemáticas. Buscaremos la realidad en un lugar completamente diferente. Cuando consideramos proposiciones *sobre* el *0* no nos estamos refiriendo a un dominio de entidades en el sentido más importante de *'sobre'*. Sólo estamos dando reglas para usar *'0'*. Y si queremos ver *sobre* qué dominio versan estas proposiciones, debemos ver en qué frases las usamos.

Las proposiciones matemáticas funcionan como proveedores de reglas para el habla en contextos ordinarios. Las proposiciones matemáticas pueden guardarse en los archivos de París.

No hay modo, basados en Wittgenstein, de justificar las matemáticas como un cuerpo autónomo de proposiciones sobre objetos matemáticos o sobre marcas sobre una página. Sobre este asunto la posición de Wittgenstein permaneció la misma desde el *Tractatus* hasta su manuscrito no publicado de 1949. Las proposiciones matemáticas son prescripciones o formas de reglas, y lo que ellas dan son estructuras en que una gran variedad o conjunto abigarrado de aplicaciones pueden hacerse (8).

---

8. Ibidem. 16.